

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

MATHEUS GALDINO DA SILVA

MODELAGEM COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE MODAL DE POSTES DE  
CONCRETO ARMADO CONSIDERANDO A IMPOSIÇÃO DE DANOS E VARIAÇÃO  
NAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

CURITIBA

2020

MATHEUS GALDINO DA SILVA

MODELAGEM COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE MODAL DE POSTES DE  
CONCRETO ARMADO CONSIDERANDO A IMPOSIÇÃO DE DANOS E VARIAÇÃO  
NAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Construção Civil, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Construção Civil.

Orientador: Prof. Dr. Elvidio Gavassoni Neto

Coorientadora: Profa. Dra. Amanda Jarek

CURITIBA

2020

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR  
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

S586m

Silva, Matheus Galdino da

Modelagem computacional para análise modal de postes de concreto armado considerando a imposição de danos e variação nas condições de contorno [recurso eletrônico] / Matheus Galdino da Silva. – Curitiba, 2020.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Construção Civil, 2020.

Orientador: Elvidio Gavassoni Neto – Coorientador: Amanda Jarek.

1. Dinâmica estrutural. 2. Modelagem da informação da construção. 3. Postes (Engenharia). 4. Concreto armado. I. Universidade Federal do Paraná. II. Gavassoni Neto, Elvidio. III. Jarek, Amanda. IV. Título.

CDD: 621.171063

Bibliotecário: Elias Barbosa da Silva CRB-9/1894





MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SETOR DE TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA DE  
CONSTRUÇÃO CIVIL - 40001016049P2

### TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA DE CONSTRUÇÃO CIVIL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de MATHEUS GALDINO DA SILVA intitulada: **MODELAGEM COMPUTACIONAL PARA ANÁLISE MODAL DE POSTES DE CONCRETO ARMADO CONSIDERANDO A IMPOSIÇÃO DE DANOS E VARIAÇÃO NAS CONDIÇÕES DE CONTORNO**, sob orientação do Prof. Dr. ELVIDIO GAVASSONI NETO, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua aprovação no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

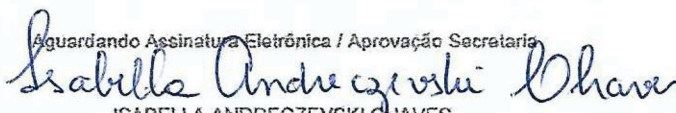
CURITIBA, 20 de Março de 2020.

Aguardando Assinatura Eletrônica / Aprovação Secretária

  
ELVIDIO GAVASSONI NETO

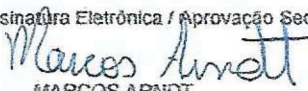
Presidente da Banca Examinadora (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Aguardando Assinatura Eletrônica / Aprovação Secretária

  
ISABELLA ANDRECZEVSKI CHAVES

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Aguardando Assinatura Eletrônica / Aprovação Secretária

  
MARCOS ARNDT

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)



*Aos meus pais, Nivaldo e Simone, por terem me  
suportado, apoiado e amado.*

*Esta é uma vitória multiplicada por três. Nada  
teria sido possível sem vocês.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à Deus pelo dom da vida, pelas portas abertas e pelas portas fechadas. Que seja feita a Tua vontade.

Agradeço aos meus pais, Nivaldo Galdino da Silva e Simone Olga Cordeiro, por nunca medirem esforços por mim. Vocês são exemplo e luz na escuridão.

Agradeço à Catharine Luisa Rocha Soares por ter surgido em meio a esta caminhada e me colocado nos trilhos. Que sigamos juntos.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Elvidio Gavassoni Neto, e à minha Coorientadora, Profa. Dra. Amanda Jarek, por terem me orientado e auxiliado de maneira ímpar ao longo desta jornada.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Construção Civil da Universidade Federal do Paraná pela oportunidade de desenvolver e concluir mais esta etapa da minha formação acadêmica.

Agradeço ao Lactec, à Companhia Energética do Rio Grande do Norte (COSERN) e ao Programa de Pesquisa e Desenvolvimento da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), pelo financiamento e a oportunidade de participar do P&D 0040-0020/2016.

Agradeço à Universidade Positivo, em especial ao corpo docente do curso de Engenharia Civil, por ter me moldado e capacitado ao longo da graduação para estar preparado aos novos desafios.

Agradeço à Projecal Engenharia e à Weligtonn Renann Tavares pela oportunidade de conciliar esta Pós-Graduação com as atividades profissionais.

Agradeço aos colegas Alexandre Tachibana dos Santos e Leonardo Andretta Lobo por terem contribuído de maneira singular com este estudo.

Por fim agradeço a tantos outros familiares, amigos, professores e colegas dos quais lembro com muito carinho e que colaboraram com a minha formação pessoal, acadêmica e profissional. Muito obrigado a todos!

*“Respondeu-lhes ele: ‘Não vos pertence a vós saber os tempos nem os momentos que o Pai fixou em seu poder, mas descerá sobre vós o Espírito Santo e vos dará força; e sereis minhas testemunhas [...] até os confins do mundo.’”*

At 1:7-8



## RESUMO

A avaliação da integridade estrutural de postes de concreto armado é um tema que tem alcançado cada vez mais notoriedade. Em condições críticas, essas estruturas podem gerar riscos a operações de manutenção e serviço ou ainda levar a situações de interrupção na distribuição de energia elétrica para dada sociedade. Nesse contexto, a Análise Modal é uma alternativa para realizar o monitoramento da integridade estrutural, uma vez que variações nas propriedades modais podem estar relacionadas a alterações nas propriedades mecânicas. Desse modo, a presente pesquisa visa avaliar o comportamento das propriedades dinâmicas em função de diferentes condições de contorno e indução de danos em estruturas de interesse. As análises são realizadas com o auxílio de modelos numéricos desenvolvidos em *software* comercial baseado no Método dos Elementos Finitos, *Ansys Workbench*. Foram modelados dois tipos de estruturas principais: uma viga de pequeno porte e um poste de distribuição de energia elétrica – ambos de concreto armado. Para a viga foi avaliada a capacidade dos coeficientes MAC e COMAC em, respectivamente, identificar e localizar danos baseados no comportamento dos modos de vibração da estrutura. O coeficiente MAC não se mostrou eficiente na identificação dos danos propostos. Por outro lado, o coeficiente COMAC – utilizando-se de uma análise da taxa de variação em segunda ordem – apresentou resultados condizentes para a localização do dano, a depender da discretização do autovetor dos modos de vibração. Para o poste de concreto armado foi avaliado o comportamento das frequências naturais em função da variação de três fatores de interesse: o tipo de solo de engastamento da estrutura, a cota de engastamento e a ocorrência de danos na região de engastamento. Na variação do tipo de solo, se observou um aumento das frequências naturais relacionadas a um aumento do coeficiente de rigidez do solo, sendo a taxa de variação mais significativa para solos menos competentes. Por meio da variação da cota de engastamento fica estabelecido que em solos com maior coeficiente de rigidez a redução das frequências naturais é maior em relação a solos de menor coeficiente de rigidez. Independentemente do tipo de solo avaliado, se observa ainda uma variação absoluta maior nos valores de frequência natural a partir do quinto modo de vibração. Para a consideração de danos na região de engastamento do poste e avaliando níveis de estabilidade adequados não foram identificadas variações significativas para as frequências naturais. Para todas as análises modais do poste foram estimadas equações que relacionam o dado parâmetro com as frequências naturais do sistema. Por fim, foram ainda calibrados os modelos computacionais de seis diferentes classes de postes engastados em solo, com o auxílio de dados modais obtidos experimentalmente.

Palavras-chave: Análise Modal Computacional. Poste de Distribuição de Energia Elétrica em Concreto Armado. Engastamento. Dano.

## **ABSTRACT**

The structural health evaluation of reinforced concrete poles is a theme that has been gaining notoriety. In critical conditions, such structures may generate risks to maintenance or service operations personnel, being able to even lead to interruptions of electric energy supply to a given society. In this sense, Modal Analysis is an alternative to perform structural health monitoring, since variations in the modal properties may be correlated with mechanical properties. Thereby, this research aims at evaluating the behavior of dynamic properties depending on different boundary conditions and damage induction on structures of interest. The analyses are carried out with the implementation of numerical models which were developed on a commercial software based on the Finite Element Method, Ansys Workbench. Two main types of structures were modeled: a small size beam and an electric energy distribution pole – both consisting of reinforced concrete structures. For the beam the MAC and COMAC coefficients capacity were evaluated on, respectively, identifying and locating damages based on the structure's mode shapes. The MAC coefficient didn't prove itself efficient at identifying the proposed damages. On the other hand, the COMAC coefficient – considering a second-order rate of change analysis – presented befitting results for the locating of the damages, depending on the discretization of the mode shape eigenvectors. For the reinforced concrete pole, the natural frequencies behavior was evaluated by the variation of three factors of interest: the kind of soil present at the structure's embedment, the embedment length and the occurrence of damages at the embedment region. For the variation of the type of soil, a natural frequencies increase related to the soil stiffness coefficient increment was observed, with the variation rate being most significant to less competent soils. With the variation of the embedment length it was possible to established that for soils with a higher stiffness coefficient the natural frequencies reduction was greater than for soils with smaller stiffness coefficient. Regardless of the type of soil evaluated, a greater absolute variation for the natural frequencies from the fifth mode shape is still observed. When considering damages at the pole embedment region and evaluating adequate levels of stability, significant changes to the natural frequencies were not identified. For all the pole's modal analyses, equations that relate the focal parameters with the system natural frequencies were estimated. Lastly, computational models from six different classes of poles embedded on soil were calibrated with the use of modal data obtained experimentally.

**Keywords:** Computational Modal Analysis. Reinforced Concrete Electricity Distribution Pole. Embedment. Damage.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – SITUAÇÕES DE FALHA NOS POSTES DE CONCRETO ARMADO ..	22
FIGURA 2 – REPRESENTAÇÃO DO (a) COMPORTAMENTO DO MODO E A VARIACÃO (b) DA INCLINAÇÃO E (c) DA CURVATURA PARA O MODO DE VIBRAÇÃO FUNDAMENTAL .....	33
FIGURA 3 – DIMENSÕES DA VIGA DE CONCRETO ARMADO .....	33
FIGURA 4 – VARIAÇÃO NA CURVATURA MODAL DO CASO D1 AO CASO D6 (DE a À f) .....	34
FIGURA 5 – CASOS NOS QUAIS O PONTO P POSSUI (a) UMA RETA SECANTE; (b) DIFERENTES RETAS SECANTES; E (c) UMA RETA TANGENTE NA FUNÇÃO $f(x)$ .....	38
FIGURA 6 – CASOS NOS QUAIS UMA FUNÇÃO É CONSIDERADA (a) CONTÍNUA; (b) CONTÍNUA NÃO DERIVÁVEL; E (c) CONTÍNUA DERIVÁVEL .....	39
FIGURA 7 – ENSAIOS EXPERIMENTAIS EM UM POSTE DE CONCRETO .....	47
FIGURA 8 – GEOMETRIA DO POSTE DE CONCRETO ARMADO .....	49
FIGURA 9 – DIMENSÕES DO PROTÓTIPO DE VIGA .....	51
FIGURA 10 – VARIAÇÃO TEMPORAL DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CONCRETO POR MEIO DA DETERIORAÇÃO QUÍMICA .....	52
FIGURA 11 – EVOLUÇÃO DAS FREQUÊNCIAS CARACTERÍSTICAS AO LONGO DO TEMPO .....	53
FIGURA 12 – ENSAIO MODAL EXPERIMENTAL. (a) LOCALIZAÇÃO DOS ACELERÔMETROS NO PROTÓTIPO E (b) CURVA RESULTANTE COM PICOS DE FREQUÊNCIA .....	53
FIGURA 13 – MALHA DE ELEMENTOS FINITAS UTILIZADA NO MODELO COMPUTACIONAL DA IGREJA NOSSA SENHORA DAS DORES .....	55
FIGURA 14 – FLUXOGRAMA DE TRABALHO .....	57
FIGURA 15 – PROJETO GEOMÉTRICO DO PROTÓTIPO .....	59
FIGURA 16 – PROJETO GEOMÉTRICO DE POSTES DE SEÇÃO DUPLO T .....	60
FIGURA 17 – DETALHE CARACTERÍSTICAS DOS ELEMENTOS (a) SOLID187 E (b) BEAM 188, USADOS NO MODELO COMPUTACIONAL DO PROTÓTIPO .....	61
FIGURA 18 – DISCRETIZAÇÃO DA MALHA DO PROTÓTIPO EM ELEMENTOS FINITOS .....	62



FIGURA 19 – GEOMETRIA DO DANO NO MODELO COMPUTACIONAL DO PROTÓTIPO .....	63
FIGURA 20 – REFINO DA MALHA EM ELEMENTOS FINITOS NA REGIÃO DO DANO .....	64
FIGURA 21 – RESUMO DOS CASOS DE ANÁLISE E DOS DIFERENTES INCREMENTOS ESPACIAIS CONSIDERADOS EM CADA CASO.....	65
FIGURA 22 – ENGASTAMENTO EM BASE ELÁSTICA NO MODELO COMPUTACIONAL DO POSTE DE CONCRETO ARMADO (a) EM PERSPECTIVA, (b) EM DETALHE E (c) EM VISTA.....	67
FIGURA 23 – VARIAÇÕES PARAMÉTRICAS PROPOSTAS PARA ANÁLISE MODAL DO POSTE.....	70
FIGURA 24 – VARIAÇÕES NA COTA DE ENGASTAMENTO NA ANÁLISE DA INFLUÊNCIA MODAL .....	73
FIGURA 25 – REGISTRO DOS TESTE EM CAMPO PARA A (a) SUBIDA DE UMA PESSOA NO POSTE E O (b) INSTANTE DE TOMBAMENTO DA ESTRUTURA....	74
FIGURA 26 – DANOS NA REGIÃO DE ENGASTAMENTO NA ANÁLISE DA INFLUÊNCIA MODAL .....	76
FIGURA 27 – POSTES DE DIVERSAS CLASSES PARA ENSAIOS DINÂMICOS EXPERIMENTAIS .....	78
FIGURA 28 – EXEMPLO DOS DADOS OBTIDOS NOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS PARA CALIBRAÇÃO DOS MODELOS COMPUTACIONAIS DOS POSTES .....	79
FIGURA 29 – CINCO PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO PROTÓTIPO ÍNTEGRO.....	82
FIGURA 30 – COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 1 (DANO EM A = 100 mm) PARA (a) $\Delta x = 28$ mm; (b) $\Delta x = 7$ mm; (c) $\Delta x = 3,5$ mm; E (d) $\Delta x = 1,75$ mm .....	84
FIGURA 31 – COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 2 (DANO EM A = 350 mm) PARA (a) $\Delta x = 28$ mm; (b) $\Delta x = 7$ mm; (c) $\Delta x = 3,5$ mm; E (d) $\Delta x = 1,75$ mm .....	84
FIGURA 32 – COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 3 (DANO EM A = 525 mm) PARA (a) $\Delta x = 28$ mm; (b) $\Delta x = 7$ mm; (c) $\Delta x = 3,5$ mm; E (d) $\Delta x = 1,75$ mm .....	85
FIGURA 33 – COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 4 (DANO EM A = 700 mm) PARA (a) $\Delta x = 28$ mm; (b) $\Delta x = 7$ mm; (c) $\Delta x = 3,5$ mm; E (d) $\Delta x = 1,75$ mm .....	85
FIGURA 34 – TAXA DE VARIAÇÃO DE 1ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 1 (DANO EM A = 100 mm) PARA (a) $\Delta x = 28$ mm; (b) $\Delta x = 7$ mm; (c) $\Delta x = 3,5$ mm; E (d) $\Delta x = 1,75$ mm .....	87

FIGURA 35 – TAXA DE VARIAÇÃO DE 1ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 2 (DANO EM A = 350 mm) PARA (a) $\Delta x = 28$ mm; (b) $\Delta x = 7$ mm; (c) $\Delta x = 3,5$ mm; E (d) $\Delta x = 1,75$ mm .....	88
FIGURA 36 – TAXA DE VARIAÇÃO DE 1ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 3 (DANO EM A = 525 mm) PARA (a) $\Delta x = 28$ mm; (b) $\Delta x = 7$ mm; (c) $\Delta x = 3,5$ mm; E (d) $\Delta x = 1,75$ mm .....	88
FIGURA 37 – TAXA DE VARIAÇÃO DE 1ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 4 (DANO EM A = 700 mm) PARA (a) $\Delta x = 28$ mm; (b) $\Delta x = 7$ mm; (c) $\Delta x = 3,5$ mm; E (d) $\Delta x = 1,75$ mm .....	89
FIGURA 38 – TAXA DE VARIAÇÃO DE 2ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 1 (DANO EM A = 100 mm) PARA (a) $\Delta x = 28$ mm; (b) $\Delta x = 7$ mm; (c) $\Delta x = 3,5$ mm; E (d) $\Delta x = 1,75$ mm .....	90
FIGURA 39 – TAXA DE VARIAÇÃO DE 2ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 2 (DANO EM A = 350 mm) PARA (a) $\Delta x = 28$ mm; (b) $\Delta x = 7$ mm; (c) $\Delta x = 3,5$ mm; E (d) $\Delta x = 1,75$ mm .....	91
FIGURA 40 – TAXA DE VARIAÇÃO DE 2ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 3 (DANO EM A = 525 mm) PARA (a) $\Delta x = 28$ mm; (b) $\Delta x = 7$ mm; (c) $\Delta x = 3,5$ mm; E (d) $\Delta x = 1,75$ mm .....	91
FIGURA 41 – TAXA DE VARIAÇÃO DE 2ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 4 (DANO EM A = 700 mm) PARA (a) $\Delta x = 28$ mm; (b) $\Delta x = 7$ mm; (c) $\Delta x = 3,5$ mm; E (d) $\Delta x = 1,75$ mm .....	92
FIGURA 42 – COMPARAÇÃO DOS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE ENTRE UMA CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE E UMA CONDIÇÃO DE ENGASTAMENTO EM SOLO .....	97
FIGURA 43 – COMPORTAMENTO DAS DEZ PRIMEIRAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DO POSTE CONFORME VARIAÇÃO DO SOLO DE ENGASTAMENTO .....	99
FIGURA 44 – COMPORTAMENTO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DA COTA DE ENGASTAMENTO CONSIDERANDO UM SOLO ARGILOSO ( $k_s = 5,0$ kg/cm <sup>3</sup> ) ....	104
FIGURA 45 – COMPORTAMENTO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DA COTA DE ENGASTAMENTO CONSIDERANDO UM SOLO ARENOSO ( $k_s = 1,5$ kg/cm <sup>3</sup> ) .....	109

FIGURA 46 – COMPORTAMENTO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DO COMPRIMENTO DANIFICADO CONSIDERANDO UM SOLO ARGILOSO ( $k_s = 5,0 \text{ kg/cm}^3$ ) .....	114
FIGURA 47 – COMPORTAMENTO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DO COMPRIMENTO DANIFICADO CONSIDERANDO UM SOLO ARENOSO ( $k_s = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ ).....	117



## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – PROPRIEDADES MECÂNICAS ADOTADAS NO MODELO NUMÉRICO CALIBRADO.....	34
TABELA 2 – COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS EXPERIMENTAIS E RESULTADOS COMPUTACIONAIS CALIBRADOS .....	48
TABELA 3 – COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS OBTIDAS EXPERIMENTAL E COMPUTACIONALMENTE PARA O POSTE SUSPENSO .....	50
TABELA 4 – COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS OBTIDAS EXPERIMENTAL E COMPUTACIONALMENTE PARA O POSTE ENTERRADO.....	50
TABELA 5 – PROPRIEDADES MECÂNICAS ADOTADAS NO MODELO NUMÉRICO CALIBRADO.....	56
TABELA 6 – COMPARATIVO ENTRE AS FREQUÊNCIAS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICAS DA EDIFICAÇÃO .....	56
TABELA 7 – CARACTERÍSTICAS PADRONIZADAS DO POSTE DE SEÇÃO DUPLO T ADOTADO PARA ANÁLISES MODAIS .....	59
TABELA 8 – PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS DO MODELO COMPUTACIONAL DO PROTÓTIPO.....	63
TABELA 9 – VALOR DAS VARIÁVEIS A E B EM CADA CASO ESTABELECIDO ..	63
TABELA 10 – PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS DO MODELO COMPUTACIONAL DO POSTE.....	69
TABELA 11 – COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS APÓS CALIBRAÇÃO DO MODELO .....	69
TABELA 12 – VALORES DE REFERÊNCIA PARA O COEFICIENTE DE RIGIDEZ DO SOLO .....	71
TABELA 13 – TERMINOLOGIA DO SISTEMA UNIFICADO DE CLASSIFICAÇÃO DE SOLOS.....	71
TABELA 14 – CARACTERÍSTICAS PADRONIZADAS DO POSTE DE SEÇÃO DUPLO T PARAS AS DIFERENTES CLASSES ESTABELECIDAS NA ETAPA DE CALIBRAÇÃO .....	77
TABELA 15 – FREQUÊNCIAS NATURAIS DO MODELO COMPUTACIONAL DO PROTÓTIPO, EM Hz .....	82

TABELA 16 – COEFICIENTE MAC PARA CADA CASO <i>versus</i> INCREMENTO ESPACIAL CONSIDERADO .....	83
TABELA 17 – VALOR DO MENOR ÍNDICE COMAC, SUA POSIÇÃO A (EM mm) E A VARIAÇÃO EM RELAÇÃO A POSIÇÃO DE INDUÇÃO DO DANO PARA CADA CASO E INCREMENTO ESPACIAL .....	86
TABELA 18 – LOCALIZAÇÃO DO DANO PARA TV DE 1ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC .....	89
TABELA 19 – LOCALIZAÇÃO DO DANO PARA TV DE 2ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC .....	92
TABELA 20 – VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DO TIPO DE SOLO .....	96
TABELA 21 – EQUAÇÕES DE ESTIMATIVA DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA UM POSTE ÍNTEGRO EM FUNÇÃO DO COEFICIENTE DE RIGIDEZ DO SOLO	102
TABELA 22 – VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DA COTA DE ENGASTAMENTO CONSIDERANDO UM SOLO ARGILOSO ( $k_s = 5,0 \text{ kg/cm}^3$ ) ....	103
TABELA 23 – VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DO POSTE EM RELAÇÃO A COTA DE ENGASTAMENTO LIMITE CONSIDERANDO UM SOLO ARGILOSO ( $k_s = 5,0 \text{ kg/cm}^3$ ) .....	105
TABELA 24 – EQUAÇÕES DE ESTIMATIVA DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA UM POSTE ÍNTEGRO EM FUNÇÃO DA COTA DE ENGASTAMENTO CONSIDERANDO UM SOLO ARGILOSO ( $k_s = 5,0 \text{ kg/cm}^3$ ) .....	107
TABELA 25 – VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DA COTA DE ENGASTAMENTO CONSIDERANDO UM SOLO ARENOSO ( $k_s = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ ) .....	108
TABELA 26 – VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DO POSTE EM RELAÇÃO A COTA DE ENGASTAMENTO LIMITE CONSIDERANDO UM SOLO ARENOSO ( $k_s = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ ) .....	110
TABELA 27 – EQUAÇÕES DE ESTIMATIVA DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA UM POSTE ÍNTEGRO EM FUNÇÃO DA COTA DE ENGASTAMENTO CONSIDERANDO UM SOLO ARENOSO ( $k_s = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ ) .....	111

TABELA 28 – VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DO COMPRIMENTO DANIFICADO CONSIDERANDO UM SOLO ARGILOSO ( $k_s = 5,0 \text{ kg/cm}^3$ ) .....	113
TABELA 29 – VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DO COMPRIMENTO DANIFICADO CONSIDERANDO UM SOLO ARENOSO ( $k_s = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ ).....	116
TABELA 30 – CALIBRAÇÃO COMPUTACIONAL DE POSTE DUPLO T COM CARGA NOMINAL DE 300 daN E COMPRIMENTO NOMINAL DE 10,5 m.....	121
TABELA 31 – CALIBRAÇÃO COMPUTACIONAL DE POSTE DUPLO T COM CARGA NOMINAL DE 300 daN E COMPRIMENTO NOMINAL DE 9,0 m.....	123
TABELA 32 – CALIBRAÇÃO COMPUTACIONAL DE POSTE DUPLO T COM CARGA NOMINAL DE 300 daN E COMPRIMENTO NOMINAL DE 10,0 m.....	123
TABELA 33 – CALIBRAÇÃO COMPUTACIONAL DE POSTE DUPLO T COM CARGA NOMINAL DE 300 daN E COMPRIMENTO NOMINAL DE 11,0 m.....	124
TABELA 34 – CALIBRAÇÃO COMPUTACIONAL DE POSTE DUPLO T COM CARGA NOMINAL DE 200 daN E COMPRIMENTO NOMINAL DE 11,0 m.....	125
TABELA 35 – CALIBRAÇÃO COMPUTACIONAL DE POSTE DUPLO T COM CARGA NOMINAL DE 150 daN E COMPRIMENTO NOMINAL DE 10,5 m.....	125
TABELA 36 – EQUAÇÕES DE ESTIMATIVA DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA UM POSTE COM DANOS NA REGIÃO DE ENGASTAMENTO PARA UM SOLO ARGILOSO ( $k_s = 5,0 \text{ kg/cm}^3$ ).....	133
TABELA 37 – EQUAÇÕES DE ESTIMATIVA DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA UM POSTE COM DANOS NA REGIÃO DE ENGASTAMENTO PARA UM SOLO ARENOSO ( $k_s = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ ).....	133



## LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

ABNT	- Associação Brasileira de Normas técnicas
APR	- Análise Preliminar de Riscos
CP	- Corpos de Prova
COMAC	- <i>Coordinate Modal Assurance Criterion</i>
COSERN	- Companhia Energética do Rio Grande do Norte
DND	- Detecção Não-destrutiva de Danos
EF	- Elementos Finitos
FRF	- Funções de Resposta em Frequência
HODD	- <i>Higer-order Derivative Discontinuity</i>
IRF	- Funções de Resposta ao Impulso
MAC	- <i>Modal Assurance Criterion</i>
MEF	- Método dos Elementos Finitos
MDOF	- <i>Multi Degree of Freedom</i>
NBR	- Norma Brasileira
SDOF	- <i>Single Degree of Freedom</i>
SHM	- Monitoramento da Saúde Estrutural

## LISTA DE SÍMBOLOS ROMANOS

$A$	- Variável 1 de posicionamento do dano
$B$	- Variável 2 de posicionamento do dano
$\mathbf{B}$	- Matriz de deformação
$C$	- Argila
$\mathbf{C}$	- Matriz de amortecimento
$Cd$	- Comprimento danificado
$C_n$	- Carga Nominal
$CH_1$	- Argila molhada
$CH_2$	- Argila Úmida
$CL_1$	- Argila seca
$CL_2$	- Argila seca endurecida
$\mathbf{D}$	- Matriz de elasticidade do material
$E$	- Módulo de elasticidade
$e$	- Elemento finito triangular típico
$E_d$	- Módulo de elasticidade dinâmico
$\mathbf{F}_{ext}$	- Vetor de força dinâmica externa
$\mathbf{F}_{int}$	- Vetor de força interna
$f(x)$	- Função que define uma curva
$f_m$	- Resistência à compressão das alvenarias
$f_t$	- Resistência à tração das alvenarias
$G$	- Pedregulho
$GS_1$	- Cascalho miúdo com areia fina
$GS_2$	- Cascalho médio com areia fina
$GS_3$	- Cascalho grosso com areia grossa
$GS_4$	- Cascalho grosso com pouca areia
$GS_5$	- Cascalho grosso com pouca areia compactada
$h$	- Altura
$H$	- Alta compressibilidade
$\mathbf{I}$	- Matriz identidade
$\mathbf{K}$	- Matriz de rigidez
$\mathbf{K}^*$	- Matriz de rigidez efetiva

$K^e$	- Matriz de rigidez elementar
$k_s$	- Coeficiente de rigidez do solo
$k$	- Curvatura dos modos de vibração
$L$	- Baixa compressibilidade
$L$	- Comprimento do poste
$L_t$	- Comprimento total
$L_e$	- Comprimento de engastamento
$M$	- Matriz de massa
$M$	- Silte
$MG_1$	- Silte compactado com areia e pedra
$MG_2$	- Silte compactado com areia e muita pedra
$N$	- Vetor das funções de forma
$N_a$	- Funções de forma
$P_t$	- Turfa
$P_{t1}$	- Turfa leve - solo pantanoso
$P_{t2}$	- Turfa pesada - solo pantanoso
$R^2$	- Coeficiente de determinação
$S$	- Área
$S$	- Areia
$\mathcal{S}$	- Operador diferencial linear
$TV$	- Taxa de variação
$u$	- Vetor deslocamento
$u$	- Deslocamento na direção $x$
$\tilde{u}_a$	- Vetor deslocamento no nó $a$
$\tilde{u}_a$	- Deslocamento no nó $a$ na direção $x$
$\dot{u}$	- Vetor velocidade
$\ddot{u}$	- Vetor aceleração
$V$	- Volume
$v$	- Deslocamento na direção $y$
$x/y/z$	- Coordenadas espaciais do espaço tridimensional
$W$	- Peso específico

## LISTA DE SÍMBOLOS GREGOS

$\alpha_n$	- Constante adimensional indefinida
$\varepsilon$	- Deformação
$\Delta\varepsilon$	- Vetor de incremento de deformação
$\Delta\sigma$	- Vetor de incremento de tensão
$\Delta\mathbf{F}^*$	- Vetor de incremento de força efetiva
$\Delta_k$	- Diferença absoluta de curvatura
$\Delta t$	- Passo de tempo
$\Delta\mathbf{u}$	- Vetor de incremento de deslocamento
$\Delta x$	- Distância horizontal entre dois pontos
$\rho$	- Densidade
$\sigma$	- Vetor de tensões
$\nu$	- Coeficiente de Poisson
$\phi_{ji}$	- Deslocamento modal na coordenada $j$ para o modo de vibração $i$
$\psi$	- Matriz dos modos de vibração
$\psi_A$	- Matriz dos modos de vibração teóricos de uma estrutura
$\psi_X$	- Matriz dos modos de vibração experimentais de uma estrutura
$\omega_i$	- Frequência natural para o $i$ -ésimo modo de vibração

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>22</b>
1.1 OBJETIVOS .....	24
1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	25
1.3 PARCERIAS .....	25
1.4 PUBLICAÇÕES RESULTANTES .....	25
<b>2 REVISÃO DE LITERATURA .....</b>	<b>27</b>
2.1 ANÁLISE MODAL .....	27
2.1.1 Obtenção dos Parâmetros Modais .....	28
2.1.2 Detecção de danos .....	30
2.1.2.1 Taxa de variação .....	38
2.1.3 Medições Experimentais .....	40
2.2 MODELAGEM NUMÉRICA (OU COMPUTACIONAL) .....	42
2.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	43
2.4 AVALIAÇÃO DA INTEGRIDADE ESTRUTURAL .....	45
2.5 ESTADO DA ARTE .....	46
<b>3 MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>57</b>
3.1 ESTRUTURAS AVALIADAS .....	58
3.2 PROTÓTIPO EM CONCRETO ARMADO .....	61
3.2.1 Modelo em Elementos Finitos .....	61
3.2.2 Análise Modal .....	62
3.3 POSTE EM CONCRETO ARMADO .....	66
3.3.1 Modelo em Elementos Finitos .....	66
3.3.2 Análise Modal .....	68
3.3.3 Influência do Tipo de Solo .....	70
3.3.4 Influência da Cota de Engastamento .....	72
3.3.5 Influência de Danos na Região de Engastamento .....	75
3.4 CALIBRAÇÃO COMPUTACIONAL DE POSTES DUPLO T .....	77
<b>4 RESULTADOS .....</b>	<b>81</b>
4.1 ANÁLISE MODAL DO PROTÓTIPO .....	81
4.1.1 Parâmetros modais .....	81
4.1.2 Coeficiente MAC .....	83
4.1.3 Coeficiente COMAC .....	83

4.1.4 Taxa de variação de 1ª ordem para os autovetores COMAC.....	87
4.1.5 Taxa de variação de 2ª ordem para os autovetores COMAC.....	90
4.1.6 Resumo dos resultados obtidos na Análise Modal do Protótipo.....	93
4.2 ANÁLISE MODAL DO POSTE .....	94
4.2.1 Influência do Tipo de Solo .....	94
4.2.2 Influência da Cota de Engastamento .....	102
4.2.2.1 Solo argiloso ( $k_s = 5,0 \text{ kg/cm}^3$ ) .....	102
4.2.2.2 Solo arenoso ( $k_s = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ ).....	107
4.2.3 Influência de Danos na Região de Engastamento .....	112
4.2.3.1 Solo argiloso ( $k_s = 5,0 \text{ kg/cm}^3$ ) .....	112
4.2.3.2 Solo arenoso ( $k_s = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ ).....	115
4.2.4 Resumo dos resultados obtidos na Análise Modal do Poste.....	119
4.3 CALIBRAÇÃO COMPUTACIONAL DE POSTES DUPLO T .....	121
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>126</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>129</b>
<b>APÊNDICE 1 .....</b>	<b>133</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Estruturas de concreto armado, ao longo de sua vida útil, passam por diversos processos de deterioração que alteram suas propriedades mecânicas. Tais processos, provenientes de carregamentos estáticos e dinâmicos, corrosão e/ou mudanças na temperatura e umidade, podem reduzir a capacidade estrutural de um elemento para além do admissível (RUCKA & WILDE, 2013). Quando um cenário extremo é caracterizado, a estrutura pode vir a ter sua utilização inviabilizada, onde a falta de avaliação da integridade e de processos de manutenção podem levar a um eventual colapso da mesma, gerando tanto perdas financeiras como colocando em risco a segurança de pessoas que utilizam e dependem dessa estrutura.

Nesse cenário, empresas de distribuição de energia elétrica, visando aumentar a segurança de seus funcionários e a qualidade dos serviços prestados, têm incentivado pesquisas na busca por novas tecnologias para evitar incidentes decorrentes da necessidade de manutenção ou outro serviço que demande a subida de eletricitistas nos postes. Por vezes, quando os colaboradores posicionam seu equipamento e sobem nos postes, devido à excessiva redução na capacidade estrutural, estes podem apresentar instabilidades estruturais. O emprego de análises visuais aos postes, acompanhadas de Análises Preliminares de Riscos (APR), antes do início da manutenção por vezes não é suficiente para prever a redução de rigidez dos mesmos, uma vez que os danos causados na estrutura nem sempre são perceptíveis a olho nu (COSERN, 2015). Na FIGURA 1 são apresentadas situações nas quais os postes de uma dessas empresas apresentaram falhas.

FIGURA 1 – SITUAÇÕES DE FALHA NOS POSTES DE CONCRETO ARMADO



FONTE: Adaptado de COSERN (2015).



O concreto é um material amplamente empregado em estruturas de construções civis ao redor do mundo (RUCKA & WILDE, 2013). Assim, são de comum conhecimento diversos métodos de avaliação (tanto para o concreto como para o compósito concreto armado) da sua integridade estrutural. Além da inspeção visual, ensaios destrutivos e não destrutivos também são utilizados para avaliar a saúde estrutural de construções. Como ensaios destrutivos não permitem a reprodução sistemática em uma mesma estrutura, ensaios não destrutivos surgem como alternativa para o acompanhamento regular da saúde estrutural.

Uma metodologia não destrutiva bastante utilizada é a Análise Modal, definida como o processo de excitar uma estrutura de interesse para obter a sua descrição dinâmica (EWINS, 2000). O comportamento dinâmico (avaliado por meio de parâmetros modais como frequências naturais, modos de vibração e coeficiente de amortecimento) das estruturas civis é alterado com a variação das propriedades mecânicas, geométricas e condições de contorno das mesmas em relação ao sistema não danificado (NDAMBI *et al.*, 2002; STACHE *et al.*, 2016). Desse modo, a análise dinâmica modal pode ser utilizada para identificar alterações nas propriedades mecânicas de um elemento estrutural (CUNHA & CAETANO, 2006), além de ter sido bastante desenvolvida e empregada para o monitoramento da saúde estrutural em problemas da Engenharia Civil, dada a sua capacidade de apresentar diagnósticos não destrutivos da posição e da magnitude de danos (como fissuras e rachaduras).

Com base na análise modal destaca-se a realização de estudos que avaliam integridade de estruturas que variam desde uma viga de aço (SAWANT *et al.*, 2018), passando por estruturas diversas de concreto (BENEDETTI *et al.*, 2018), até edificações em tijolos maciços (BRANDÃO *et al.*, 2018) por meio das frequências naturais. Além disso, muitos estudos empregam também diferentes metodologias de análise dos modos de vibração para a identificação e a localização de danos em estruturas. Destacam-se o método da curvatura modal (PANDEY *et al.*, 1991), o método da descontinuidade de derivada superior (GAUTHIER *et al.*, 2008) e coeficientes como o MAC – *Modal Assurance Criterion* e o COMAC – *Coordinate Modal Assurance Criterion* (EWINS, 2000).

Em função da complexidade das estruturas avaliadas e dos estudos realizados, para auxiliar nas análises modais em geral se faz necessário o desenvolvimento de modelos matemáticos, tendo em vista a obtenção de resultados eficientes (NAGARAJIAH & ERAZO, 2016). Dessa forma, tanto é possível utilizar

*softwares* comerciais baseados em métodos de elementos finitos como desenvolver códigos computacionais específicos para cada caso de interesse (LOGAN, 2012). Entre os *softwares* comerciais disponíveis diversos estudos (DAI *et al.*, 2011; BRANDÃO *et al.*, 2018; SAWANT *et al.*, 2018; SANTOS *et al.*, 2019; LOBO, 2019) utilizam o *software* Ansys Workbench para realizar análises modais de diferentes tipos de estrutura.

Nesse contexto, se mostra relevante avaliar o comportamento dinâmico de postes de concreto armado para distribuição de energia elétrica. Assim, por meio de modelagens computacionais, são desenvolvidas nesse estudo análises paramétricas modais desta estrutura e de estruturas auxiliares para inferir sobre a variação dos parâmetros modais em diferentes cenários de alteração da integridade estrutural desses elementos. Entre os cenários que revelam maior interesse se destacam a presença de danos e a variação nas condições de engastamento (tanto do comprimento de engastamento quanto do tipo de solo).

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral deste estudo é desenvolver modelos computacionais de postes em concreto armado, calibrá-los e avaliar o comportamento modal dessas estruturas em diferentes condições de apoio e de deterioração.

Dessa forma, se estabelecem os seguintes objetivos específicos desta pesquisa:

- Desenvolver o modelo computacional de uma viga de pequeno porte (denominada protótipo), induzir danos nesta estrutura e, com base nos parâmetros modais (especificamente nos modos de vibração), testar e avaliar métodos de detecção de danos;
- Desenvolver um modelo computacional calibrado para um poste de distribuição de energia elétrica do tipo duplo T e, a partir dele, avaliar e compreender a variação nos parâmetros modais (especificamente nas frequências naturais) em função da variação de parâmetros como o tipo de solo, cota de engastamento e danos na região de engastamento;
- Desenvolver modelos computacionais calibrados para diferentes classes de postes do tipo duplo T para uma condição íntegra e com engastamento em solo.

## 1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Após capítulo 1 (o qual se lê), de caráter introdutório, o capítulo seguinte trata da revisão de literatura do presente estudo, no qual são abordados temas como a análise modal, a modelagem computacional, o método dos elementos finitos e a avaliação da integridade estrutural. Além disso, são apresentados também alguns estudos que se caracterizam como o estado da arte para o desenvolvimento dessa pesquisa. No capítulo 3 são apresentados os métodos aplicados para alcançar os objetivos estabelecidos. Este capítulo é dividido em quatro partes principais: (i) definição das estruturas a serem avaliadas; (ii) modelagem computacional e abordagens de pesquisa para análise modal do protótipo; (iii) modelagem computacional e abordagens de pesquisa para análise modal de uma classe específica de poste duplo T; e (iv) metodologia para calibração de diversos modelos computacionais de diferentes classes de postes duplo T engastados em solo. O capítulo 4 trata sobre os resultados da pesquisa. Nesse capítulo a divisão é similar a estrutura do capítulo 3. Por fim, no capítulo 5 são apresentadas também as considerações finais desta pesquisa e as sugestões para estudos futuros.

## 1.3 PARCERIAS

A presente dissertação foi desenvolvida dentro de um projeto de Pesquisa e Desenvolvimento (P&D) da ANEEL, projeto 0040-0020/2016 intitulado “Avaliação da integridade estrutural de postes de distribuição por meio de monitoramentos dinâmicos”, em parceria com a COSERN (do Grupo Neoenergia) e o LACTEC, na Área de Estruturas Cíveis.

## 1.4 PUBLICAÇÕES RESULTANTES

Os estudos desenvolvidos ao transcorrer desta pesquisa permitiram desenvolver a elaboração dos seguintes artigos técnico-científicos:

SILVA, M. G.; LOBO, A. L.; GAVASSONI, E.; JAREK, A.; GOMES, R. A. N.; NERI, M. A. T.; DINIZ, J. H. O. Computational model updating of simple beams using

experimental modal data. In: 25th ABCM International congress of mechanical engineering, COBEM, Uberlândia, Brasil, Outubro, 2019.

SILVA, M. G.; SANTOS, A. T.; FERNANDES, J. M.; GOMES, R. A. N.; NERI, M. A. T.; DINIZ, J. H. O.; JAREK, A.; GAVASSONI, E. Localização de danos em vigas de concreto armado considerando o comportamento dos modos de vibração. In: 4º SPPC, Curitiba, Brasil, Agosto, 2019.

SILVA, M. G.; SANTOS, A. T.; FERNANDES, J. M.; GOMES, R. A. N.; NERI, M. A. T.; DINIZ, J. H. O.; JAREK, A.; GAVASSONI, E. Localização de danos em vigas de concreto armado considerando o comportamento dos modos de vibração. In: Revista Técnico-Científica do CREA-PR, Edição Especial, ISSN 2358-5420, 2019.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo serão abordados os principais conceitos para o embasamento da presente pesquisa. Inicialmente são apresentados os conceitos da Análise Modal, juntamente com a metodologia de obtenção dos parâmetros de interesse, o seu emprego na localização de danos e os ensaios laboratoriais associados. Na sequência são descritos a modelagem computacional e o emprego do Método dos Elementos Finitos (MEF) para estudos dinâmicos. A seguir têm-se uma breve descrição de metodologias de avaliação estrutural e por fim são apresentados os principais trabalhos de referência para presente o estudo.

### 2.1 ANÁLISE MODAL

O estudo experimental do comportamento dinâmico de estruturas mostra-se como uma das principais alternativas para o controle e entendimento dos processos de vibração noticiados na prática. Problemas estruturais associados à vibração representam os principais perigos e limitações para diversos produtos de engenharia. Para algumas estruturas de alto desempenho, o conhecimento preciso das características modais é essencial. Por essa razão a vibração está intrinsecamente relacionada às condições de performance, sendo importante a avaliação preliminar dos níveis de vibração, para que esses estejam sob condições seguras durante o período de funcionamento de dado elemento (EWINS, 2000).

Existem duas principais abordagens não destrutivas envolvendo medição da vibração de elementos estruturais que levam a dois tipos de ensaios diferentes. A primeira diz respeito a medição de forças ou respostas de uma estrutura que se encontra em operação, em ambiente adverso para o ensaio. A segunda abordagem diz respeito à realização de testes em condições de ambiente controlado, com a obtenção de informações mais precisas e com excitação de vibração conhecida. Esse segundo tipo de ensaio, incluindo a aquisição de dados e a respectiva avaliação é definido como Análise Modal (EWINS, 2000).

A análise modal pode ser compreendida como a extração de parâmetros modais (frequências, modos de vibração e taxas de amortecimento) a partir de medições das respostas dinâmicas (REN *et al.*, 2004). Para Ewins (2000) a análise

modal é o “*processo de testar componentes ou estruturas com o objetivo de obter uma descrição matemática do comportamento dinâmico (ou de vibração) das mesmas*”.

### 2.1.1 Obtenção dos Parâmetros Modais

Em problemas dinâmicos, tendo em vista que a equação do movimento é função do deslocamento e também da primeira e da segunda derivação do deslocamento, essa equação é definida por (KOTSOVOS, 2015):

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{u}(t) = \mathbf{F}_{ext}(t); \quad (1)$$

onde  $\mathbf{M}$  é a matriz de massa,  $\mathbf{C}$  é a matriz de amortecimento,  $\mathbf{K}$  é a matriz de rigidez,  $\mathbf{u}(t)$  é o vetor deslocamento,  $\dot{\mathbf{u}}(t)$  é o vetor velocidade,  $\ddot{\mathbf{u}}(t)$  é o vetor aceleração e  $\mathbf{F}_{ext}(t)$  é o vetor de força dinâmica externa.

Para obter parâmetros modais (como as frequências naturais e os modos de vibração) de um sistema de múltiplos graus de liberdade, para níveis práticos de amortecimento, o referido efeito é pequeno e pode ser – eventualmente – desconsiderado (WILLIAMS, 2016). Assim, para um sistema em vibração livre, a Equação (1) se reduz a:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{u}(t) = \mathbf{0}. \quad (2)$$

Sendo que o deslocamento  $\mathbf{u}$  é uma função dependente tanto da posição como do tempo. É possível ainda, expressar o deslocamento como o produto da função posição (sendo  $\boldsymbol{\psi}$ ) e da função tempo. Assim, a variação dos deslocamentos com o tempo pode ser considerada sinusoidal, levando a seguinte expressão:

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\psi} \text{ sen } (\omega t); \quad (3)$$

Onde  $\omega$  representa as frequências associadas a um vetor de formas ( $\boldsymbol{\psi}$ ). Considerando que  $\boldsymbol{\psi}$  não é função do tempo, a derivada da Equação (3) envolve

apenas os termos em seno. Assim, derivando e substituindo a Equação (3) na Equação (2), têm-se:

$$(K - \omega^2 M)\psi \sin(\omega t) = 0. \quad (4)$$

A Equação (4) é conhecida como a equação característica do sistema, sendo que existem três situações para as quais essa equação é válida (WILLIAMS, 2016). Quando  $\psi$  ou  $\sin(\omega t)$  forem nulos a equação é satisfeita, porém, nesses dois casos o sistema não encontra-se em movimento. Assim, a situação de interesse leva a condição básica da matriz  $K - \omega^2 M$  não ser inversível, levando a necessidade de que o seu determinante seja igual a zero. Assim, para encontrar os valores de frequências naturais deve-se resolver a seguinte expressão:

$$\det(K - \omega^2 M) = 0. \quad (5)$$

A Equação (5) é uma equação polinomial onde são obtidos tantos valores de frequência natural quanto forem os graus de liberdade adotados. Cada frequência natural é utilizada para encontrar os vetores correspondentes ( $\psi$ ), uma vez que:

$$(K - \omega^2 M)\psi = 0. \quad (6)$$

Assim, cada frequência natural obtida no passo anterior possui um vetor de forma  $\psi$ , conhecido como modo de vibração. Contudo, o modo de vibração calculado com base na Equação (6) não é completamente caracterizado, sendo definida a proporcionalidade entre os elementos do vetor e desconhecida a amplitude efetiva. Ao vibrar em frequências naturais específicas, a magnitude do movimento varia com o tempo, mantendo a proporção entre os dados do vetor do modo de vibração para todos os graus de liberdade avaliados. A amplitude de vibração é determinada pelas condições iniciais do sistema e pela ação de forças externas. Na ausência desses dados, são aplicados métodos de escala dos modos de vibração, como a normalização de massa (WILLIAMS, 2016). O significado matemático da normalização mencionada é destacado ao multiplicar a Equação (6) pelo inverso da matriz de massa, sendo:



$$(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{I})\boldsymbol{\psi} = \mathbf{0}, \quad (7)$$

onde  $\mathbf{I}$  é uma matriz identidade. Ainda, a Equação (7) pode ser padronizada para a obtenção dos autovalores ( $\lambda$ ) e autovetores ( $\boldsymbol{\psi}$ ) de uma matriz  $\mathbf{A}$ :

$$(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})\boldsymbol{\psi} = \mathbf{0}. \quad (8)$$

Ao comparar as Equações (7) e (8), nota-se que as frequências naturais de um sistema com múltiplos graus de liberdade correspondem às raízes quadradas dos autovalores de  $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}$ , e que os modos de vibração correspondem aos autovalores associados. Essa relação se mostra relevante uma vez que há uma gama de métodos para a determinação dos autovalores em sistemas de elevados graus de liberdade, onde a abordagem por meio do cálculo do determinante se torna inviável (WILLIAMS, 2016).

### 2.1.2 Detecção de danos

A Detecção Não-destrutiva de Danos (DND) é uma importante ferramenta na avaliação de danos que serve para guiar decisões de reparo, reabilitação ou substituição de estruturas. Nesse cenário, a DND avaliada por meio da mudança nas respostas modais de uma estrutura é utilizada com o intuito de monitorar a capacidade estrutural de uma construção e evitar falhas catastróficas (KIM *et al.*, 2003).

A detecção de danos por meio de testes de vibração não destrutivos se baseia na consideração de que o dano altera as propriedades estruturais que, por sua vez, afetam também as características dinâmicas da estrutura. Considerando uma análise inversa, se as variações nas características dinâmicas podem ser medidas e avaliadas, é possível identificar quais mudanças estruturais provocaram alteração no comportamento dinâmico, identificando assim os danos (SILVA & MAIA, 1998).

Na análise modal, conforme apresentado por Ewins (2000), são propostos diversos métodos de comparação e correlação para avaliar as propriedades dinâmicas de uma estrutura. Nesse cenário, essas comparações podem ser feitas considerando dados experimentais *versus* teóricos, estruturas íntegras *versus* estruturas danificadas, entre outras correlações de interesse.

Dos três parâmetros modais básicos, a análise das frequências naturais e dos modos de vibração são mais empregados para a DND, em detrimento da taxa de amortecimento. A avaliação da frequência natural é justificada pela sua relativa facilidade de medição. Contudo, a efetividade da avaliação desse parâmetro para a DND é limitada por duas principais razões: o fato de que significativos danos causam pouca alteração nas frequências naturais de um elemento e o fato de que erros de medição e variações nas condições ambiente geram incertezas sobre os dados avaliados. Ademais, mostram-se os modos de vibração como um parâmetro de maior potencial para identificação de danos em relação as frequências naturais (KIM *et al.*, 2003).

Apesar de ser o parâmetro modal mais utilizado para estudos sobre a avaliação de danos em estruturas diversas, os deslocamentos modais possuem pouca sensibilidade e, em geral, resultados não satisfatórios. Desse modo, uma abordagem que tem sido desenvolvida é o emprego de derivadas de ordens elevadas dos modos de vibração (LACARBONARA *et al.*, 2016). Dentre os métodos de derivadas superiores destacam-se o método baseado na curvatura modal, referente à derivada de segunda ordem, apresentado inicialmente por Pandey *et al.* (1991) e o método da descontinuidade de derivada superior (do inglês *higher-order derivative discontinuity* – HODD), referente à derivada de quarta ordem, proposto por Gauthier *et al.* (2008).

No método proposto por Pandey *et al.* (1991) a curvatura dos modos de vibração ( $k$ ) é estimada numericamente com o uso do método da aproximação da diferença central, estabelecido como:

$$k = \phi''_{ji} = \frac{\phi_{(j+1)i} - 2\phi_{ji} + \phi_{(j-1)i}}{l^2}; \quad (9)$$

onde  $i$  representa o número do modo de vibrar,  $j$  representa o número do nó e  $l$  representa a distância entre os nós. Logo,  $\phi_{ji}$  é o deslocamento modal na coordenada  $j$  para o modo de vibração  $i$ .

Na comparação entre dois estágios de uma estrutura, sendo um íntegro e outro danificado (diferenciado com um \*), a redução de rigidez proveniente do dano leva a um aumento da curvatura modal. Assim, esse método pretende avaliar a existência e a extensão do dano pela variação na curvatura dos modos de vibração entre os dois estágios avaliados, sendo que essa análise é feita independente para

cada modo de vibração de interesse (DAWARI & VESMAWALA, 2013). O método da curvatura modal é analisado pela diferença absoluta de curvatura ( $\Delta_k$ ) entre a estrutura íntegra e a estrutura danificada, tal seja:

$$\Delta_k = [k^* - k]. \quad (10)$$

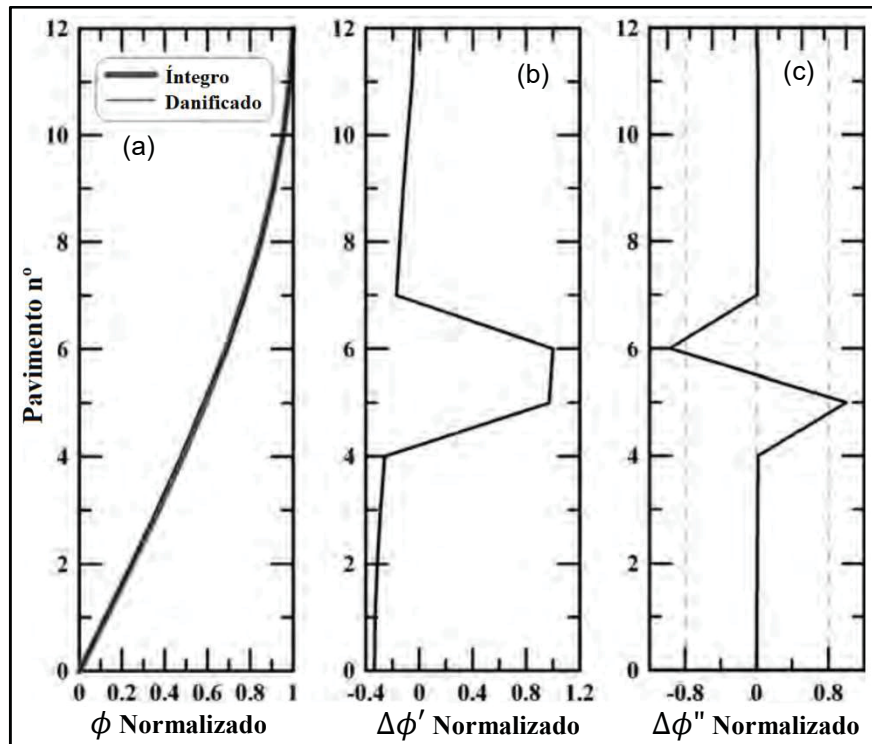
Para Dawari & Vesmawala (2013), em um ponto danificado a curvatura dos modos de vibração é significativamente maior do que as demais regiões. Portanto, as diferenças estabelecidas na Equação (10) são a base da localização dos danos no método proposto.

Para avaliar a eficácia de utilização das derivadas de ordem superior na detecção de danos, Roy & Ray-Chaudhuri (2013) realizaram uma simulação em um modelo numérico de pilar equivalente para um edifício em estrutura metálica com doze pavimentos (equivalente aos doze graus de liberdades estabelecidos). Inicialmente, foi considerado que a estrutura possuía rigidez de  $2 \times 10^8$  N/m e massa de  $1 \times 10^5$  kgf em cada grau de liberdade. Na sequência, para representar uma falha estrutural, foi aplicada uma redução de rigidez de 20% no sexto grau de liberdade.

Roy & Ray-Chaudhuri (2013), ao calcularem o problema de autovalores e autovetores do sistema, fizeram uso apenas do modo de vibração fundamental da estrutura, além de utilizar métodos de diferença finita para obtenção das derivadas superiores. Foram avaliadas a inclinação (primeira derivada) e a curvatura (segunda derivada). Para os resultados apresentados na FIGURA 2, esses autores indicam que a diferença do modo de vibração fundamental entre as condições íntegra e danificada são imperceptíveis. Por outro lado, a variação das derivadas superiores indicaram satisfatoriamente a presença e a posição do dano – levando os autores a afirmarem que *“o dano pode ser facilmente detectado pela variação nas derivadas superiores do modo de vibração fundamental do sistema”*.

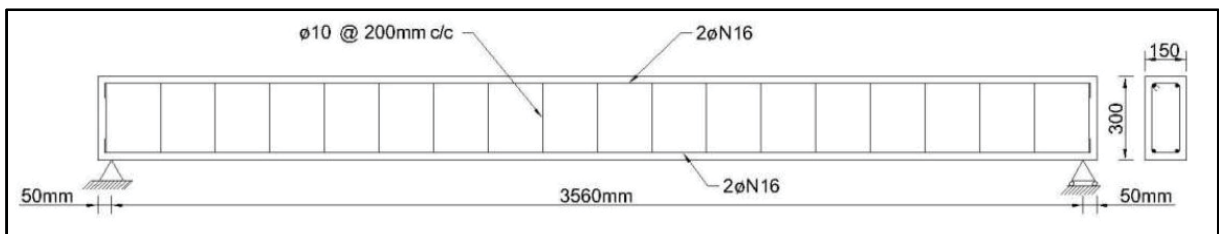
Enquanto Roy & Ray-Chaudhuri (2013) avaliaram um sistema com reduzidos graus de liberdade e com o emprego de um material único (aço), Dawari & Vesmawala (2013) utilizaram o método da curvatura modal para a localização de danos em um problema conceitualmente mais complexo. Estes autores realizaram seus estudos para uma viga de concreto armado com 3.660 mm de comprimento e seção transversal de 150 x 300 mm, conforme detalhado na FIGURA 3.

FIGURA 2 – REPRESENTAÇÃO DO (a) COMPORTAMENTO DO MODO E A VARIAÇÃO (b) DA INCLINAÇÃO E (c) DA CURVATURA PARA O MODO DE VIBRAÇÃO FUNDAMENTAL



FONTE: Adaptado de Roy & Ray-Chaudhuri (2013).

FIGURA 3 – DIMENSÕES DA VIGA DE CONCRETO ARMADO



FONTE: Adaptado de Dawari & Vesmawala (2013).

As análises modais da viga foram realizadas no *software* comercial de Elementos Finitos (EF) Ansys v.12. A malha computacional da estrutura foi dividida em 82 elementos no seu comprimento, 6 elementos na altura e 4 elementos na largura, totalizando 1.968 elementos. Foram utilizados os elementos Solid65 e Link8 para representar, respectivamente, o concreto e a armadura. Além disso, foram aplicadas as seguintes propriedades mecânicas aos materiais: módulo de elasticidade de 27,7 GPa e densidade de 2.435 kgf/m<sup>3</sup> para o concreto e 205 GPa e 7.905 kgf/m<sup>3</sup> para a armadura.

Com a estrutura íntegra definida, Dawari & Vesmawala (2013) definiram seis principais casos de dano para análise. Estando fixos o comprimento (150 mm) e a largura (45 mm) da seção transversal, os casos de análise variaram em função da altura ( $h$ ) e da posição do dano em relação ao comprimento total ( $L_t$ ) da viga, por meio do exposto na TABELA 1.

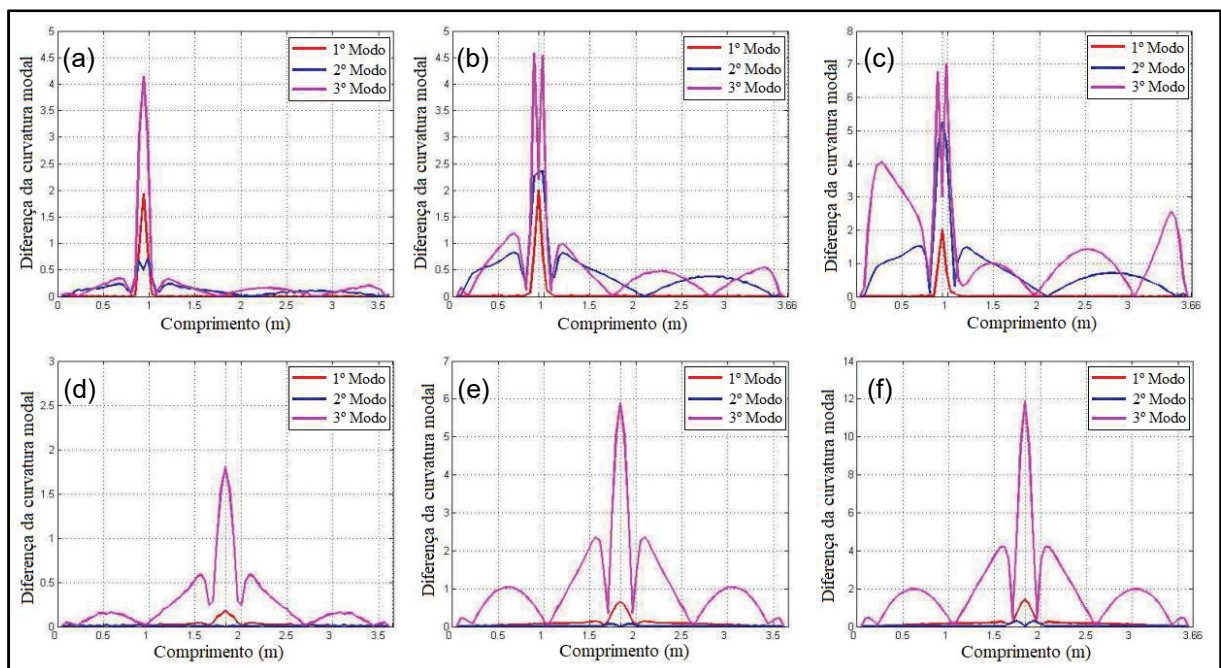
TABELA 1 – PROPRIEDADES MECÂNICAS ADOTADAS NO MODELO NUMÉRICO CALIBRADO

Caso	D0	D1	D2	D3	D4	D5	D6
Posição	Íntegro	$L_t/4$	$L_t/4$	$L_t/4$	$L_t/2$	$L_t/2$	$L_t/2$
Altura	-	$h/6$	$h/3$	$h/2$	$h/6$	$h/3$	$h/2$

FONTE: Adaptado de Dawari & Vesmawala (2013).

Para cada caso proposto, Dawari & Vesmawala (2013) realizaram uma nova análise modal com o emprego do *software* Ansys e extraíram os três primeiros modos de vibração do elemento. Com base nesses resultados foram calculadas a curvatura e a diferença para cada modo de vibração em cada caso. Os resultados dessas análises são apresentados na FIGURA 4.

FIGURA 4 – VARIAÇÃO NA CURVATURA MODAL DO CASO D1 AO CASO D6 (DE a À f)



FONTE: Adaptado de Dawari & Vesmawala (2013).

Com os resultados apresentados, três conclusões principais foram obtidas por Dawari & Vesmawala (2013): (i) a máxima diferença de curvatura para cada modo de vibração se encontra na região danificada, com diferenças significativamente baixas fora dessas regiões; (ii) a máxima diferença aumenta com a redução de rigidez (aumento na altura do dano); e (iii) modos de vibração elevados apresentam melhores resultados. Assim, Dawari & Vesmawala (2013) também apresentam o método da curvatura modal como adequado para a localização de danos.

Como visto, métodos que empregam o uso das derivadas superiores dos modos de vibração para detectar os danos em um elemento estrutural, fazem essa análise para cada modo separadamente. Contudo, existem também métodos que relacionam os modos de vibração entre si para o mesmo fim. Entre essas alternativas, destacam-se o uso de coeficientes como o MAC (*Modal Assurance Criterion*) e o COMAC (*Coordinate Modal Assurance Criterion*).

O coeficiente MAC, também compreendido como um coeficiente de correlação dos modos de vibração, apresenta uma análise de dispersão em linha reta entre dois conjuntos de dados (EWINS, 2000). Matematicamente, o MAC é definido por:

$$MAC(A, X) = \frac{|\sum_{j=1}^n (\psi_X)_j (\psi_A)_j^*|^2}{(\sum_{j=1}^n (\psi_X)_j (\psi_X)_j^*) (\sum_{j=1}^n (\psi_A)_j (\psi_A)_j^*)}; \quad (11)$$

onde  $\{\psi_X\}$  e  $\{\psi_A\}$  podem representar, respectivamente, as matrizes dos dados experimentais e teóricos dos modos de vibração de uma estrutura (onde as matrizes são transpostas quando destacadas por \*),  $n$  representa a quantidade de modos de vibração considerados e os  $j$ -ésimo termo representa o modo de vibração para cada etapa de cálculo. Desse modo, o parâmetro MAC se torna uma alternativa de quantificar o nível de correlação entre os dois conjuntos de modos de vibração analisados.

Considerando que os conjuntos de dados comparados correspondem a modos de vibração equivalentes, espera-se que tal coeficiente apresente valor próximo a 1,00. Por outro lado, o referido índice deve assumir valores próximos de 0,00 na avaliação de diferentes modos de vibração. Neste cenário, é utilizado o limite inferior de 0,90 para a consideração de uma boa correlação e o limite superior de 0,10

para a consideração de ausência de correlação entre os dados avaliados. Destaca-se ainda que, em situações específicas, os limites para boa e má correlação podem ser estendidos para 0,80 e 0,20, respectivamente (EWINS, 2000).

Ao comparar dados que dizem respeito ao mesmo modo de vibração é possível avaliar também se há danos em uma estrutura, uma vez que neste cenário o percentual de variação em relação a 1,00 do valor do coeficiente MAC pode estar relacionado com o nível de dano da estrutura (ZHOU, 2006).

O coeficiente COMAC, difere do coeficiente MAC à medida que aquele busca apresentar informações locais mesmo combinando dados de diferentes modos de vibração (ZHOU, 2006). Desse modo, o coeficiente COMAC é utilizado para identificar em qual região de uma estrutura os modos de vibração da mesma não são correlatos e, conseqüentemente, onde se encontram regiões danificadas, ou seja, localizar o dano (NDAMBI *et al.*, 2002).

No cálculo do coeficiente MAC, se obtém como resultado um coeficiente único para todo o conjunto de modos de vibração utilizados para os pares de dados disponíveis, uma vez que o processo se baseia na soma de todos os graus de liberdade. Por outro lado, para o coeficiente COMAC são preservados os elementos individuais nesta soma ( $i$ ), onde cada um se refere a um grau de liberdade específico (EWINS, 2000). Matematicamente, o COMAC é definido por:

$$COMAC_{(i)} = \frac{[\sum_{j=1}^n |[\psi_x]_{ij} [\psi_A]_{ij}|]^2}{\sum_{j=1}^n ([\psi_x]_{ij})^2 \sum_{j=1}^n ([\psi_A]_{ij})^2} \quad (12)$$

Sendo o deslocamento modal na coordenada  $i$  idêntico em dois conjuntos de medições consideradas, o coeficiente COMAC deve ser próximo de 1,00 para aquela coordenada (NDAMBI *et al.*, 2002). Por outro lado, o menor valor deste coeficiente, em qualquer ponto, indica esta região como a de maior probabilidade para a localização do dano (ZHOU, 2006).

Zembaty *et al.* (2006) avaliaram a resposta dinâmica de um pórtico tridimensional de concreto armado submetido a excitações sísmicas de crescente intensidade com vistas aos parâmetros modais da mesma. Apesar de ter sido observado o decréscimo nas frequências naturais bem como o aumento na taxa de amortecimento da estrutura, não foram encontradas variações significativas no modo



de vibração da estrutura. As comparações dos dados de modo de vibração das diferentes condições de dano em relação a um estado íntegro da estrutura não levaram a diferenças significativas de correlação. Essa análise apresentou valores mínimos do coeficiente MAC na casa de 0,928, o que permite considerar boa correlação entre os dados analisados.

Pandey *et al.* (1991) puderam ainda concluir que os coeficientes MAC e COMAC podem não ser sensíveis o suficiente para detectar o dano em comparação com o uso de um modelo em EF, por exemplo. Isto decorre do fato destes coeficientes serem calculados por meio da diferença média de todos os pontos de medição e/ou todos os modos de vibração.

Ao submeter vigas de concreto armado a processos de rachaduras induzidas e observar o comportamento dos parâmetros dinâmicos, Ndambi *et al.* (2002) puderam observar entre outras coisas que: (i) o coeficiente MAC é menos sensível a identificar danos quando comparado a análise de frequências, porém é capaz de indicar a natureza simétrica ou não do dano; e (ii) com a análise da evolução do coeficiente COMAC é possível localizar a posição do dano em vigas de concreto armado, apesar das dificuldades de avaliar a severidade relativa ao dano.

Ao observar os relatos encontrados na literatura a respeito do coeficiente COMAC, conclui-se que este não se mostra seguramente eficaz para a localização de danos. Por outro lado, métodos de avaliação das derivadas superiores sobre os modos de vibração apresentam, em geral, bons resultados, para o mesmo objetivo. Desse modo, nota-se uma lacuna de estudos sobre a avaliação das derivadas superiores aplicadas ao coeficiente COMAC no que diz respeito a localização de danos em estruturas que se tenha interesse.

Ao avaliar um modo de vibração isolado, a primeira e a segunda derivadas podem ser entendidas, respectivamente, como a inclinação e a curvatura desse modo (ROY & RAY-CHAUDHURI, 2013). Por outro lado, a literatura atual não define o significado físico dessas derivadas superiores aplicadas ao coeficiente COMAC de uma estrutura. Assim, estes coeficientes serão doravante denominados de Taxa de Variação de primeira e de segunda ordem.

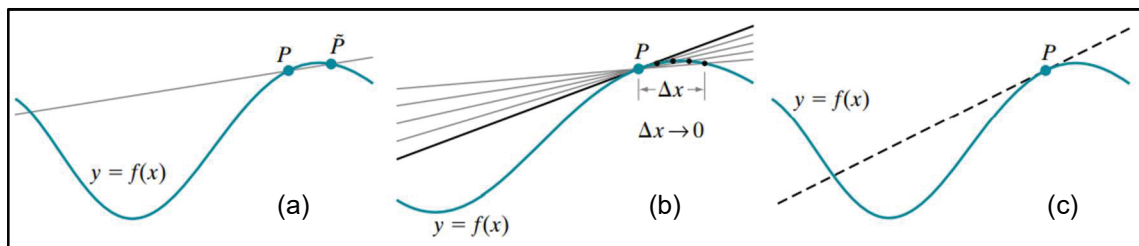
### 2.1.2.1 Taxa de variação

A taxa de variação (TV) média de uma curva  $f(x)$  qualquer, em um ponto específico, é dependente da inclinação da reta secante, definida pelas coordenadas desse ponto (P) e do ponto seguinte no qual passa a reta (LARSON & EDWARDS, 2005). Nesse sentido, a inclinação da reta secante e, conseqüentemente, a taxa de variação média, exemplificada na FIGURA 5a, é definida por:

$$\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}. \quad (13)$$

A aproximação de reta secante se mostra mais precisa quanto mais perto é adotado o segundo ponto da análise em relação ao ponto de interesse, diminuindo o intervalo  $\Delta x$  (FIGURA 5b). Ao levar esse processo de aproximação ao limite ( $\Delta x \rightarrow 0$ ), define-se o conceito de reta tangente (FIGURA 5c) como sendo uma linha reta que intercepta uma dada curva em apenas um ponto nas proximidades desse mesmo ponto (LARSON & EDWARDS, 2005).

FIGURA 5 – CASOS NOS QUAIS O PONTO P POSSUI (a) UMA RETA SECANTE; (b) DIFERENTES RETAS SECANTES; E (c) UMA RETA TANGENTE NA FUNÇÃO  $f(x)$



FONTE: Adaptado de Blank & Krantz (2011).

Como o valor de  $\Delta x$  aparece no termo denominador da Equação (13), matematicamente não é possível simplesmente igualar este termo a zero para obter a inclinação da reta tangente. Assim, implementa-se o conceito de limites e a taxa de variação instantânea é definida por:

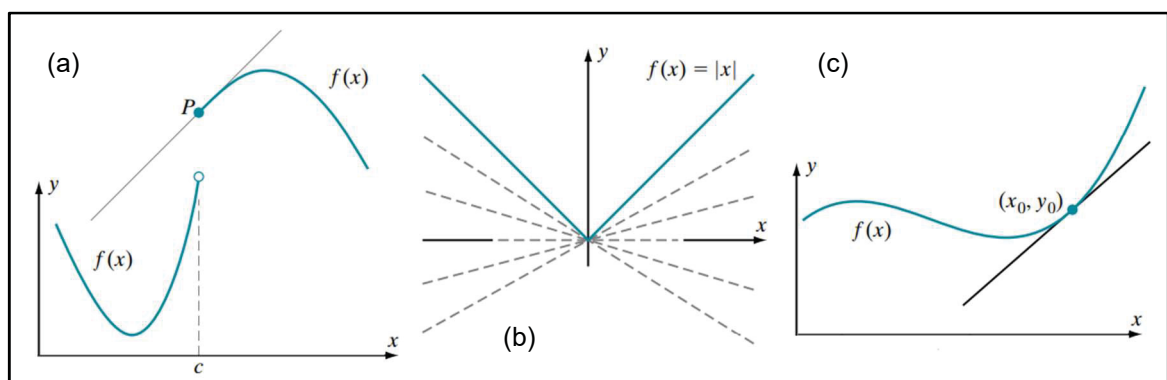
$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}. \quad (14)$$

O limite apresentado na Equação (14) é a derivação de  $f(x)$  no ponto  $x$ , desde que o limite exista e seja finito. Quando o limite de uma função não existe, se diz que a função é não derivável – sendo identificada em situações como tangentes verticais, descontinuidades e mudanças bruscas na inclinação da curva (LARSON & EDWARDS, 2005).

Toda função, para ser derivável, precisa ser contínua. A continuidade de uma função, nesse caso, deve ser compreendida como previsível. Por outro lado, considerando que uma função derivável possui tangentes bem definidas, a derivabilidade é compreendida como o nível de suavidade de uma função. Assim, a derivabilidade é uma propriedade mais relevante em relação a continuidade, uma vez que toda função derivável é contínua, mas nem toda função contínua é derivável (BLANK & KRANTZ, 2011). Na FIGURA 6, são exemplificados os casos (a) de uma função descontínua, (b) de uma função contínua não derivável e (c) de uma função contínua derivável.

A função  $f(x)$  da FIGURA 6b, apesar de contínua, não é derivável por possuir limites diferentes a esquerda e a direita. Além disso, é perceptível que o ponto  $x = 0$  da FIGURA 6b possui infinitas retas que o cruzam, não sendo possível definir uma única reta tangente, o que leva a caracterizar a não derivabilidade daquela função (BLANK & KRANTZ, 2011).

FIGURA 6 – CASOS NOS QUAIS UMA FUNÇÃO É CONSIDERADA (a) CONTÍNUA; (b) CONTÍNUA NÃO DERIVÁVEL; E (c) CONTÍNUA DERIVÁVEL



FONTE: Adaptado de Blank & Krantz (2011).

O conceito matemático de taxa de variação é aqui apresentado como um sub tópico à detecção de danos em função da análise dos modos de vibração de um elemento para esse fim. Essa consideração, a ser melhor compreendida pelos

resultados apresentados adiante, se baseia no benefício da aplicação desse pós-processamento aos resultados COMAC obtidos para a análise computacional de estruturas de concreto armado. Nesse cenário, a aplicação da taxa de variação se mostra capaz de amplificar os resultados obtidos e melhorar a capacidade de avaliação da integridade estrutural por meio do referido coeficiente.

### 2.1.3 Medições Experimentais

Com o aumento de análises cada vez mais robustas, revelou-se a necessidade de dados de comparação mais precisos para a calibração, atualização e validação dos modelos numéricos em EF para realizar as análises estruturais precisas. Assim, foram também desenvolvidas novas ferramentas experimentais para permitir a correta identificação das propriedades estáticas e dinâmicas de estruturas civis (CUNHA & CAETANO, 2006).

As medições modais experimentais baseiam-se na relação entre os dados de excitação e resposta dinâmica de uma estrutura para definir as propriedades modais associadas. Há basicamente dois tipos principais de medição da vibração, que são: (i) aquele em que apenas um parâmetro é medido (geralmente a resposta) e (ii) aquele em que tanto a excitação quanto a resposta são parâmetros medidos (EWINS, 2000). Nesse cenário, tendo sido medidos dois desses três parâmetros é possível definir como se dá o processo de vibração de um objeto testado por completo. Quando apenas a resposta do sistema é medida, não é possível definir qual a quantidade do nível de resposta deve-se a força de excitação ou a ressonância da estrutura. De todo modo, os dois tipos de medição têm suas aplicações e muitos dos equipamentos e instrumentos utilizados são os mesmos para os dois casos (EWINS, 2000).

Conforme apresentado por Ren *et al.* (2004), a análise modal experimental é realizada considerando tanto dados medidos de entrada como de saída por meio de Funções de Resposta em Frequência (FRF) para o domínio da frequência ou através de Funções de Resposta ao Impulso (IRF) para o domínio do tempo. As medições de FRF podem ser compreendidas também como medições de mobilidade e compreendem o tipo de teste que mede tanto a excitação como a resposta do sistema (EWINS, 2000).

A maioria dos cálculos matemáticos para obtenção dos parâmetros modais são realizados com base em gráficos bilogarítmicos a partir das FRF medidas, onde

as respostas podem ser de receptância, mobilidade ou aceleração, sendo esse último espectro de resposta mais comum para dados experimentais (EWINS, 2000).

A extração dos parâmetros modais pode ser realizada com o emprego de diversos métodos matemáticos, tanto para sistemas de um único grau de liberdade (*Single Degree of Freedom* – SDOF) como para sistemas de múltiplos graus de liberdade (*Multi Degree of Freedom* – MDOF). Entre esses métodos estão o método da amplitude de pico, o método do ajuste de curva, o método do ajuste de linha, entre outros. Detalhes do funcionamento matemático de cada método são em geral de interesse principal dos desenvolvedores dos códigos computacionais, enquanto os analistas modais têm a demanda de avaliar as principais características de cada método, bem como compreender as considerações intrínsecas a cada um deles (EWINS, 2000).

O método da amplitude de pico, de aplicação a sistemas do tipo SDOF, possui quatro passos principais para a obtenção dos parâmetros modais: (i) inicialmente os picos de ressonância são detectados nos gráficos FRF e na região ressonante são estabelecidas as frequências naturais para cada modo analisado; (ii) em seguida o valor local máximo de cada FRF é identificado e a largura da banda de frequência da função para o nível de resposta é calculada, permitindo a localização dos pontos de meia potência; (iii) com base na frequência natural e na frequência dos pontos de meia potência é calculada a taxa de amortecimento do sistema, para o modo de referência; (iv) por fim, são obtidas estimativas para a constante modal analisada assumindo que toda a resposta na região de ressonância está associada a um único termo da série FRF geral (EWINS, 2000).

A medição de mobilidade, sendo um teste de impacto, se tornou o teste de análise modal mais utilizado por ser um ensaio rápido, conveniente e de baixo custo para encontrar as propriedades dinâmicas de uma peça ensaiada (SCHWARZ & RICHARDSON, 1999). São três os principais itens empregados nesses testes modais (EWINS, 2000): (i) um mecanismo de excitação; (ii) um sistema de transdução; e (iii) um sistema de análise.

Em geral, os dispositivos de excitação de uma estrutura são divididos em dois grupos: excitadores de contato e excitadores de não-contato, onde esse segundo grupo engloba dispositivos que em momento algum estão em contato com a estrutura ou que estão em contato por um curto período de tempo. O excitador mais utilizado é o martelo, sendo considerado do tipo não-contato. Nesse dispositivo geralmente estão

acopladas células de carga ou transdutores de força para detecção da magnitude da força aplicada pelo martelo (EWINS, 2000). Diferentes tipos de martelo podem ser empregados, uma vez que a variedade no tipo e no porte de estruturas e máquinas que podem ser ensaiadas com a excitação de um martelo requer forças de impactos apropriadas (SCHWARZ & RICHARDSON, 1999).

Para estruturas civis, a resposta dinâmica (dados de saída) é medida em geral por acelerômetros (um dos tipos de transdutores mais comuns), que são instalados em diferentes posições do elemento avaliado (REN *et al.*, 2004). De acordo com Cunha & Caetano (2006), as respostas dinâmicas de uma estrutura são medidas com o uso de acelerômetros devido ao baixo custo desse tipo de equipamento e o alto nível de sensibilidade.

Já o sistema de análise, ou analisador, tem a função de receber os diferentes sinais medidos pelos transdutores e verificar a magnitude dos sinais da força de excitação e da resposta da estrutura. O analisador pode ainda ser compreendido como um voltímetro de padrão sofisticado (EWINS, 2000).

## 2.2 MODELAGEM NUMÉRICA (OU COMPUTACIONAL)

Para a realização de processos de avaliação estrutural eficientes, além de ensaios laboratoriais, Nagarajaiah & Erazo (2016) revelam também a necessidade do desenvolvimento de modelos matemáticos, para prever o comportamento estrutural dos sistemas de interesse. Segundo Arndt (2009) existem diversos métodos aplicados à análise numérica que têm sido desenvolvidos entre os quais se destacam o Método de Rayleigh-Ritz, o Método dos Elementos Finitos, o Método dos Elementos de Contorno, entre outros, sendo o Método dos Elementos Finitos o mais utilizado para o estudo dinâmico em engenharia.

No desenvolvimento de um modelo computacional em elementos finitos são necessárias algumas simplificações e suposições que, inevitavelmente, agregam erros ao processo (RIBEIRO *et al.*, 2012). Para Wiberg *et al.* (1996), tais erros são associados a discretização necessária no âmbito dos EF para avaliar um elemento contínuo, levando o modelo a possuir um número restrito de graus de liberdade. Além da discretização, Ribeiro *et al.* (2012), apresentam também as incertezas referentes a geometria e condições de contorno, além da variação nas propriedades físicas e mecânicas do material como as principais fontes de erro.

Wiberg *et al.* (1996) destacam a importância de serem realizadas etapas de pós-desenvolvimento desse tipo de modelagem com o intuito de obter um modelo com nível de erro controlado e aceitável. Ainda nesse sentido, Sevim *et al.* (2011) ressaltam que o processo de calibração de modelos em EF não busca representar identicamente resultados experimentais, mas sim aprimorar o modelo para alcançar resultados aceitáveis.

Conforme apresentado por Cunha & Caetano (2006), a identificação modal de construções civis pode ser utilizada para a validação (ou calibração) de modelos de elementos finitos utilizados para a análise estrutural dos mesmos. Nesse sentido, a correta identificação dos parâmetros modais de um elemento pode auxiliar na efetiva atualização de um modelo em EF. Os autores apresentam ainda o processo iterativo de alteração de algumas propriedades estruturais para alcançar satisfatória relação entre os parâmetros modais identificados em testes experimentais e os parâmetros modais estimados nos modelos computacionais como alternativa para esse processo de validação.

Após o processo apropriado de calibração, os modelos de elementos finitos podem apresentar as informações necessárias para avaliar a integridade do sistema, comparando-se os dados provenientes do modelo com os dados provenientes de um monitoramento constante da estrutura real (CUNHA & CAETANO, 2006). Nesse contexto, Lobo (2019) destaca que a análise modal, aplicada com a auxílio do *software* computacional Ansys Workbench, permite a comparação e ajuste dos parâmetros dinâmicos com resultados obtidos em modelos experimentais, possibilitando assim a avaliação da integridade estrutural.

## 2.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma técnica de discretização que requer a solução de um grande conjunto de equações algébricas para problemas estáticos e a solução de autovalores de grande ordem no caso de problemas de vibração (MEIROVITCH, 2001). Ademais, para problemas de características complexas (como geometria, carregamentos e propriedades físicas) o emprego de soluções analíticas não é usual devido ao grau de dificuldade de resolução (LOGAN, 2012). Desse modo, o MEF se tornou a ferramenta mais importante nos estudos



estáticos e dinâmicos de estruturas, tendo obtido viabilidade associada ao desenvolvimento dos computadores (MEIROVITCH, 2001).

O MEF prevê solução aproximada de sistemas distribuídos de vibração com base em combinações lineares de funções de forma interpoladoras previamente conhecidas. Tais funções, por sua vez, se relacionam com coeficientes indeterminados onde esses coeficientes são calculados por meio da resolução do problema de autovalor correspondente. O MEF se destaca em relação a outros métodos pela consideração de funções locais aplicadas a cada subdomínio do sistema, designados de elementos finitos (MEIROVITCH, 2001). Nesse contexto, o processo de modelagem de um meio dividindo o mesmo em elementos menores e interconectados por meio de pontos nodais é definido como discretização (LOGAN, 2012) e gera a malha de elementos que representa o sistema.

Para elevar a precisão de um modelo em MEF é possível empregar três principais tipos de refinamento, quais sejam o refino  $h$ , o refino  $p$  e o refino  $hp$  (ARNDT, 2009). O refinamento  $h$  diz respeito ao aumento do número de elementos que compõe a malha. O refinamento  $p$  diz respeito ao incremento do grau ou do número das funções de forma do sistema. O refino  $hp$ , portanto, é uma combinação dos refinamentos  $h$  e  $p$  ao mesmo modelo.

Para a solução de problemas estruturais com o uso do MEF é possível empregar duas abordagens principais (LOGAN, 2012): (i) a utilização de programas comerciais que são capazes de realizar diversos tipos de análises ou (ii) o desenvolvimento de um programa (ou código computacional) específico, de aplicação limitada, para análises localizadas, onde a abordagem mais adequada é definida caso a caso. Ademais, Logan (2012) apresenta como principais *softwares* computacionais baseados nessa teoria programas como o *Ansys*, *SAP2000*, *Abaqus*, *LS-DYNA*, entre outros.

Entre os programas computacionais mencionados, se destaca o *software* ANSYS Workbench, da empresa ANSYS INC., que engloba a grande parte das áreas da física, permitindo realizar diversas simulações computacionais, de modo a auxiliar em projetos de engenharia (ANSYS, 2019). A larga utilização desse *software* em estudos estruturais ocorre devido a sua capacidade de analisar processos lineares, não lineares, estáticos e dinâmicos, além de possuir vasta quantidade de elementos para diferentes modelagens de interesse (SEVIM *et al.*, 2011).

## 2.4 AVALIAÇÃO DA INTEGRIDADE ESTRUTURAL

O Monitoramento da Saúde Estrutural (SHM) é um sistema de identificação de danos empregado nas Engenharias Civil, Mecânica e Espacial que considera três processos básicos (FARRAR & WORDEN, 2007): (i) a observação do elemento de interesse com base em medições periódicas, (ii) a extração de dados e características das referidas medições e (iii) o emprego de análises estatísticas para determinar a condições estruturais atuais do sistema. Nesse sentido, Farrar & Worden (2007) estabelecem ainda que danos são compreendidos por alterações nas características geométricas que reduzem a rigidez de um elemento. A avaliação da redução do desempenho estrutural compara a relação entre as condições íntegra e danificada do elemento de interesse. Sistemas SHM são também aplicados para prever a vida útil restante de estruturas, sejam mecânicas ou civis (ERAZO *et al.*, 2019).

A utilização de programas SHM em estruturas civis em larga escala é justificada pelo potencial retorno financeiro que se obtém desse monitoramento periódico. Nesse sentido, a maioria das indústrias (privadas ou governamentais) demonstram interesse na aplicação de um programa com essa abordagem, de modo a detectar danos em seus produtos ou infraestrutura de produção de maneira precoce (FARRAR & WORDEN, 2007). Dentre as principais áreas de estudo onde é possível aplicar um SHM estão a avaliação da performance e da integridade estrutural, o aprimoramento de projetos para estruturas resistentes a terremotos, a avaliação de novas tecnologias para proteção sísmica e a manutenção de estruturas civis (NAGARAJIAH & ERAZO, 2016).

A aplicação eficiente de um programa de manutenção de estruturas civis é de destacada importância para garantir segurança nas condições de operação, para assegurar que a vida útil será respeitada ou estendida e para minimizar o impacto de falhas no sistema avaliado. Ademais, os autores indicam ainda o uso de abordagens não destrutivas – na aplicação de um SHM – para reduzir o tempo de inspeção bem como a interrupção de uso do elemento avaliado em caso de manutenção (NAGARAJIAH & ERAZO, 2016).

A necessidade de avaliar a integridade global de estruturas complexas levou ao desenvolvimento de métodos que examinam a variação nas características modais das mesmas (FARRAR *et al.*, 2001). Além disso, a maioria dos métodos de identificação de mudanças estruturais têm como premissa que as alterações físicas

de um sistema são refletidas nas propriedades modais do mesmo, como frequências naturais, modos de vibração e taxas de amortecimento (ERAZO *et al.*, 2019).

## 2.5 ESTADO DA ARTE

Atualmente, encontram-se poucos estudos disponíveis sobre postes de distribuição de energia elétrica com vistas ao seu comportamento modal. Ainda assim, algumas pesquisas possuem relevância para este tópico e esta pesquisa, sendo são descritas a seguir.

Dai *et al.* (2011) desenvolveram uma pesquisa que relaciona medições experimentais e modelagem computacional de um poste de transmissão de energia circular de concreto. O poste circular selecionado no experimento possui 10,70 m de comprimento e seção variável com diâmetro externo de 406,9 mm e diâmetro interno de 264,2 mm na base e com diâmetro externo de 243,8 mm e diâmetro interno de 101,6 mm no topo.

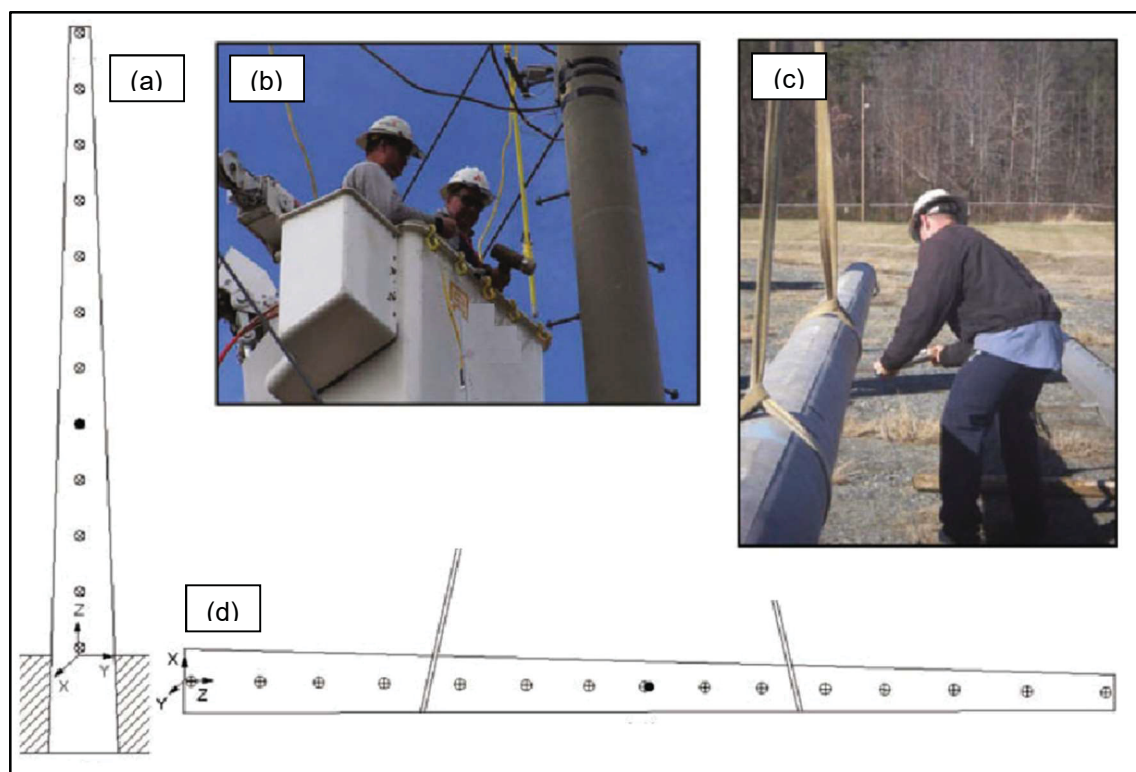
Inicialmente, foram realizados ensaios em três condições distintas: (i) com o poste suspenso, (ii) com o poste enterrado em solo solto e (iii) com o poste enterrado em solo compactado. Os ensaios foram realizados com um acelerômetro, um sistema de aquisição de dados e um martelo instrumentado. Os ensaios e as condições de apoio são exemplificados na FIGURA 7, onde a FIGURA 7-a representa o modelo do poste enterrado, a FIGURA 7-b representa a realização dos ensaios no poste enterrado, a FIGURA 7-c representa a realização dos ensaios no poste suspenso e a FIGURA 7-d representa o modelo do poste suspenso.

Com base nos ensaios realizados foram obtidos os parâmetros modais (frequências naturais e modos de vibração) do poste para os três cenários de análise. Segundo Dai *et al.* (2011), esses dados representam as características dinâmicas da estrutura – que foram utilizados pelos autores para a calibração do modelo computacional (em EF) da estrutura.

Após terem sido obtidos os resultados modais experimentais, as três condições de análise propostas por Dai *et al.* (2011) foram também modeladas computacionalmente com auxílio do *software* de EF *Ansys Workbench*. Para tanto foi considerado um módulo de elasticidade de 37,7 GPa e uma densidade de 2.404,5 kg/m<sup>3</sup>. Foram utilizados o elemento BEAM189 e o elemento COMBIN14 para

representar o concreto e o solo, respectivamente. Cabe destacar que o elemento COMBIN14 considera uma série de molas elástico-lineares para representar o solo.

FIGURA 7 – ENSAIOS EXPERIMENTAIS EM UM POSTE DE CONCRETO



FONTE: Adaptado de Dai *et al.* (2011).

A calibração dos modelos computacionais proposta por Dai *et al.* (2011) ocorreu em duas etapas. Inicialmente as propriedades do concreto foram ajustadas com base nos resultados dos ensaios para o poste suspenso. Em seguida, o modelo foi modificado com a inserção das molas que representam o solo e calibrados novamente para a definição da rigidez do solo. Foi definido um módulo de elasticidade de 8,5 MPa e 74,5 MPa para o solo solto e para o solo compactado, respectivamente. O processo de calibração do modelo em EF proposto por esses autores buscou diminuir as discrepâncias dos parâmetros modais entre os modelos computacionais e experimentais, sendo obtidos variações de, no máximo, 5,52% entre os dados computacionais e experimentais conforme apresentado na TABELA 2. Assim, os modelos computacionais calibrados podem representar de maneira satisfatória o comportamento dinâmico do poste suspenso ou enterrado (DAI *et al.*, 2011).

TABELA 2 – COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS EXPERIMENTAIS E RESULTADOS COMPUTACIONAIS CALIBRADOS

Condição do Poste	Modo de Vibração	Frequência Natural (Hz)		Erro (%)
		Experimental	Computacional	
Suspenso	Primeiro	13,37	13,38	0,02
	Segundo	36,33	36,22	0,28
	Terceiro	69,66	69,96	0,43
Enterrado Solo Solto	Primeiro	1,90	1,96	3,02
	Segundo	11,39	12,02	5,52
	Terceiro	31,17	31,02	0,49
Enterrado Solo Compactado	Primeiro	3,30	3,14	4,85
	Segundo	15,28	15,36	0,51
	Terceiro	39,36	39,37	0,02

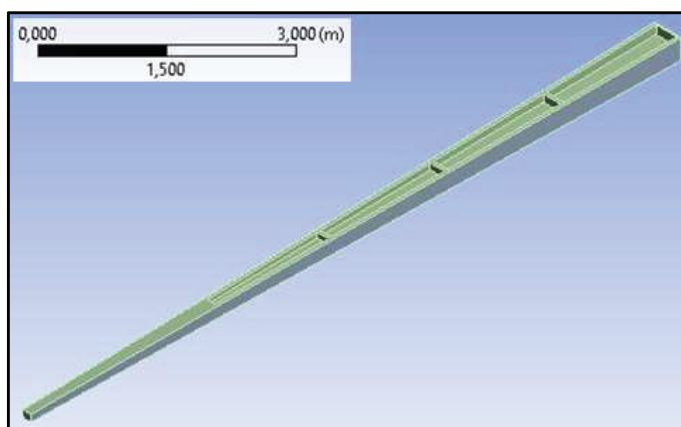
FONTE: Adaptado de DAI *et al.* (2011).

Além dos processos de calibração da estrutura proposta, Dai *et al.* (2011) destacam ainda que o aumento de rigidez do solo leva a um aumento das frequências naturais e que o primeiro modo de vibração da estrutura enterrada é um modo em balanço, que não é observado no comportamento do poste suspenso.

Com um estudo voltado para a modelagem computacional tridimensional de postes de concreto armado com seção duplo T, Lobo (2019) propôs um modelo computacional em EF, utilizando o *software Ansys Workbench*, para ser empregado na aplicação de um sistema SHM a um modelo específico de poste de concreto armado por meio da identificação dos parâmetros modais. O modelo foi verificado, calibrado e atualizado tanto por meio de comparações com modelos matemáticos como por meio de comparações com modelos experimentais. O modelo computacional do poste de concreto armado desenvolvido por Lobo (2019) é apresentado na FIGURA 8.

Para desenvolvimento do modelo apresentado na FIGURA 8 foram utilizados os elementos SOLID186 e BEAM189 para representar o concreto e a armadura, respectivamente. Para escolher o elemento que melhor representa o solo, Lobo (2019) testou duas abordagens possíveis: a consideração de molas para representar o conexão corpo-solo (à semelhança do que foi realizado por DAI *et al.*, 2011) e a consideração de uma base elástica – ferramenta própria do *software*. Como os resultados obtidos por meio da consideração de molas apresentaram resultados com elevado nível de erro (em comparação com dados experimentais), Lobo (2019) optou por seguir com as análises modais baseadas na consideração da base elástica para representação do solo.

FIGURA 8 – GEOMETRIA DO POSTE DE CONCRETO ARMADO



FONTE: Adaptado de Lobo (2019).

Apesar de desenvolver um modelo computacional de uma estrutura de concreto armado, Lobo (2019) não modelou as armaduras transversais do poste (estribos). Segundo o autor a consideração – ou não – deste elemento representa uma variação pouco significativa no comportamento dos parâmetros modais. Por outro lado, a implementação dos estribos no modelo computacional leva a um elevado custo operacional, justificando a decisão do autor.

Para a geometria de interesse (vide FIGURA 8), foram realizadas análises (computacionais e experimentais) tanto para o poste suspenso, simulando uma condição de apoio do tipo livre-livre, como para o poste enterrado em solo. Essas análises permitiram a calibração do modelo computacional com um módulo de elasticidade ( $E$ ) de 46,5 GPa e com um coeficiente de rigidez do solo ( $k_s$ ) de 56.000 kN/m<sup>3</sup>, conforme detalhado por Lobo (2019).

Para o processo de calibração do poste suspenso (para definição do módulo de elasticidade), Lobo (2019) buscou igualar as frequências naturais referentes ao primeiro modo de vibração, conforme TABELA 3. Para os demais modos de vibração medidos o erro se manteve baixo, indicando a calibração desta etapa como adequada.

Para o processo de calibração do poste enterrado (para definição do coeficiente de rigidez do solo), o autor buscou igualar as frequências naturais referentes ao quinto modo de vibração, conforme TABELA 4. Segundo o autor o equipamento utilizado para os ensaios experimentais do poste enterrado pode ter interferido nas medições das frequências naturais de menor valor, em função da sua sensibilidade. Ao calibrar o modelo computacional pelas frequências relativas ao quinto modo de vibração, as frequências naturais do terceiro e do quarto modos de vibração apresentaram baixo

erro percentual – levando a considerar esta segunda etapa de calibração como igualmente adequada.

TABELA 3 – COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS OBTIDAS EXPERIMENTAL E COMPUTACIONALMENTE PARA O POSTE SUSPENSO

Modo de Vibração	Frequência Natural (Hz)		Erro
	Experimental	Computacional	
1º	7,7	7,71	0%
2º	13,26	14,14	7%
3º	21,27	21,54	1%
4º	36,09	36,49	1%

FONTE: Adaptado de Lobo (2019).

TABELA 4 – COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS OBTIDAS EXPERIMENTAL E COMPUTACIONALMENTE PARA O POSTE ENTERRADO

Modo de Vibração	Frequência Natural (Hz)		Erro
	Experimental	Computacional	
1º	2,33	2,02	13,1%
2º	5,7	3,42	40,1%
3º	9,75	9,16	6,1%
4º	15,52	14,71	5,3%
5º	23,33	23,33	0,0%

FONTE: Adaptado de Lobo (2019).

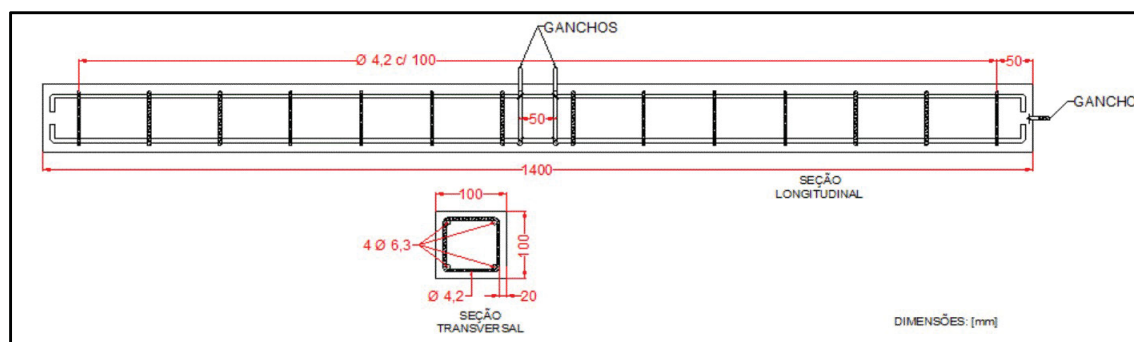
Apesar de terem sido apresentados alguns erros entre os modelos computacional e experimental – principalmente no que diz respeito as frequências naturais para o poste enterrado – o modelo geométrico e os dois parâmetros utilizados para calibração apresentados por Lobo (2019) são descritos pelo autor como satisfatórios para representar a estrutura real e o seu comportamento modal.

Com enfoque na análise dinâmica de estruturas de concreto armado, Santos *et al.* (2019) desenvolveram diversos estudos para compreender e aplicar o monitoramento dinâmico na avaliação da integridade estrutural de postes de distribuição de energia elétrica. Com o intuito de avaliar alternativas não destrutivas do monitoramento desse tipo de estrutura, os autores apresentaram comparações entre testes experimentais, numéricos e analíticos.

No âmbito dos testes experimentais, foram construídos e ensaiados protótipos de concreto armado de seção transversal retangular (10 x 10 cm) e comprimento de 140 cm, conforme ilustrado na FIGURA 9.



FIGURA 9 – DIMENSÕES DO PROTÓTIPO DE VIGA



FONTE: Santos *et al.* (2019).

Os protótipos avaliados por Santos *et al.* (2019), foram submetidos a um envelhecimento acelerado por ataque de agentes agressivos – à semelhança do que foi realizado por Pinkoski (2019) para corpos de prova (CP) cilíndricos.

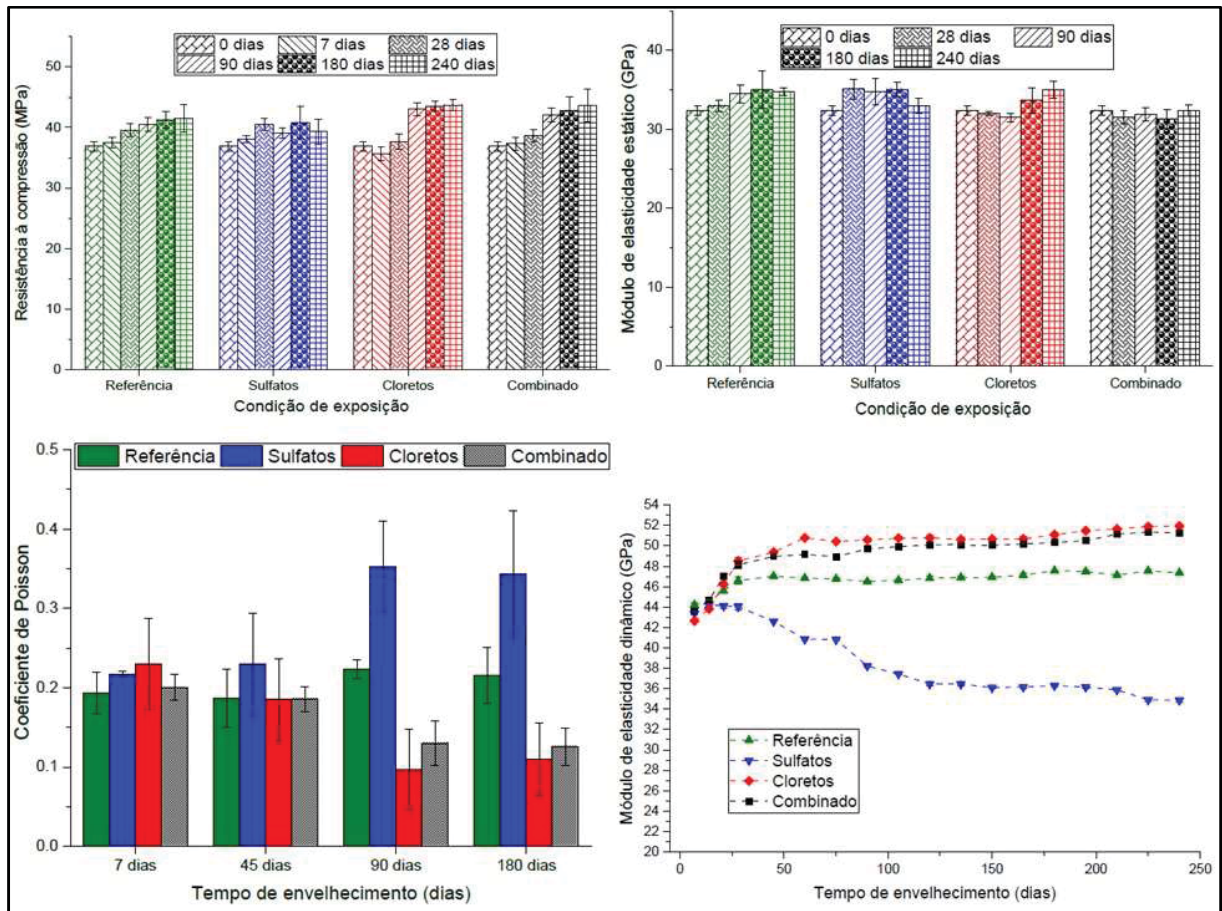
Pinkoski (2019) avaliou o comportamento das propriedades físicas, mecânicas e químicas do concreto para diferentes condições de deterioração química em CP cilíndricos, considerando esses processos de deterioração como um envelhecimento acelerado do material. Já Santos *et al.* (2019) avaliaram a influência desses processos de deterioração no comportamento modal dos protótipos construídos.

Para tanto, esses elementos (corpos de prova e protótipos) foram submetidos a aspersão de três diferentes soluções, sendo: (i) solução com 5% de cloreto de sódio, (ii) solução com 5% de sulfato de sódio e (iii) solução contendo 5% da combinação de cloreto de sódio e sulfato de sódio. Os elementos foram submetidos a aspersão e ação das três soluções descritas por 240 dias para ser possível compreender a influência desses agentes químicos sobre as propriedades do concreto ao longo do tempo.

As principais propriedades mecânicas do concreto avaliadas por Pinkoski (2019) foram a (a) resistência a compressão axial, o (b) módulo de elasticidade estático, o (c) coeficiente de Poisson e o (d) módulo de elasticidade dinâmico (vide FIGURA 10). Os resultados apresentados, incorporados a pesquisa de Lobo (2019), permitiram a este autor “*compreender a influência de diversos fatores sobre as propriedades modais*” do seu objeto de estudo. Entretanto, Lobo (2019) ressalta que as análises de deterioração química não apresentaram resultados conclusivos para a implementação de um sistema de monitoramento da integridade estrutural considerando o comportamento dinâmico dos elementos avaliados.



FIGURA 10 – VARIAÇÃO TEMPORAL DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CONCRETO POR MEIO DA DETERIORAÇÃO QUÍMICA



FONTE: Adaptado de Pinkoski (2019).

Apesar da variação obtida nos ensaios realizados por Pinkoski (2019), principalmente no que diz respeito ao módulo de elasticidade dinâmico, as frequências naturais experimentais medidas por Santos *et. al* (2019) não apresentaram comportamento similar (vide FIGURA 11), mantendo-se sempre em uma tendência de estagnação.

Para obtenção dos resultados apresentados na FIGURA 11, as análises experimentais modais dos protótipos utilizaram-se de quatro acelerômetros posicionados ao longo da estrutura (FIGURA 12a) e de um martelo piezoelétrico. A estrutura foi suspensa para a realização dos ensaios e, com base na utilização da transformada de Fourier, foram obtidos os picos da frequência característicos dessas estruturas (FIGURA 12b) (SANTOS *et al.*, 2019).

FIGURA 11 – EVOLUÇÃO DAS FREQUÊNCIAS CARACTERÍSTICAS AO LONGO DO TEMPO

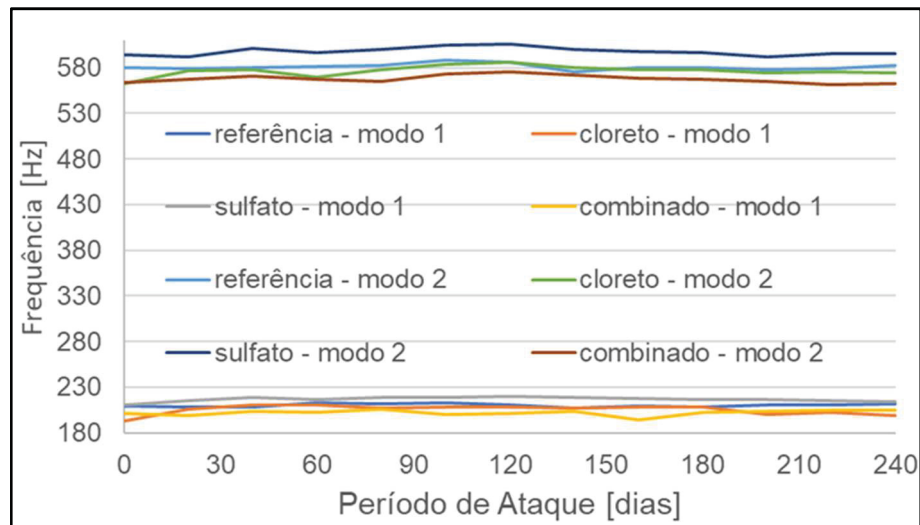
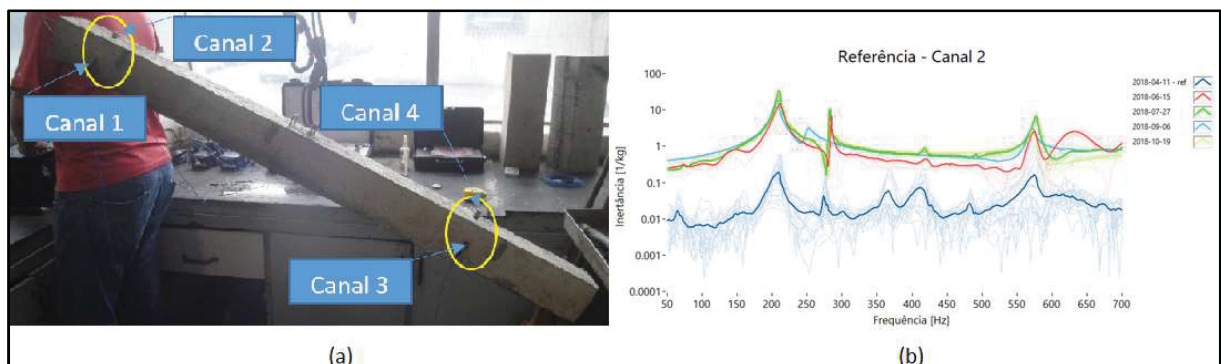
FONTE: Santos *et al.* (2019).

FIGURA 12 – ENSAIO MODAL EXPERIMENTAL. (a) LOCALIZAÇÃO DOS ACELERÔMETROS NO PROTÓTIPO E (b) CURVA RESULTANTE COM PICOS DE FREQUÊNCIA

FONTE: Santos *et al.* (2019).

Foram ensaiados também protótipos com danos conhecidos (tanto no concreto, como na armadura) em um estado de esforço inicial nulo seguido da aplicação de estímulos de flexão até a ruptura. Não foram registradas variações significativas nas frequências naturais da estrutura na condição inicial. Após os estímulos de flexão, foram notadas reduções de até 40% nas frequências, além do surgimento de diversos danos e fissuras adicionais (SANTOS *et al.*, 2019). No âmbito dos testes numéricos (ou computacionais), Santos *et al.* (2019) utilizaram-se do emprego do *software* comercial de EF *Ansys Workbench* 18.2. Foram selecionados elementos tri e unidimensionais para representar, respectivamente, o concreto e a armadura. Os autores destacam ainda o cuidado necessário durante a modelagem computacional para garantir o contato e a aderência entre os diferentes elementos,

tendo sido garantido esse comportamento por meio da divisão da geometria de modo semelhante (em termos de comprimentos máximos) para os diferentes elementos.

Três diferentes abordagens, dentro do *software* selecionado, foram utilizadas para a obtenção das frequências naturais dos modelos avaliados: a abordagem modal, a abordagem harmônica e a abordagem transiente. A análise modal e a análise harmônica apresentaram, no que diz respeito as frequências naturais, respostas iguais. Por outro lado, a análise transiente apresentou alguns picos equivalentes às demais e outros distintos (SANTOS *et al.*, 2019).

Cabe ressaltar ainda as principais características das abordagens mencionadas. Segundo Furtado (2013) a análise modal considera o sistema submetido a vibrações livres com o objetivo de se definir as frequências naturais e os respectivos modos de vibração. Já a análise harmônica avalia quais os modos de vibração possuem maior significância para a resposta dinâmica, por meio das curvas de resposta em frequência com carregamentos de aplicação senoidal em função do tempo. Por fim, na análise transiente se avaliam as respostas dinâmicas (deslocamentos, esforços e tensões) no domínio do tempo em função da ação de carga externas (FURTADO, 2013).

As análises computacionais do poste de concreto armado, com avaliação das frequências naturais por meio da alteração nas condições de engaste, resultaram em variações significativas dos valores de frequência natural (SANTOS *et al.*, 2019). Ainda, a comparação com dados experimentais permitiu aos autores concluir que o modelo numérico representa adequadamente o comportamento real da estrutura em suas diferentes condições de engaste.

Assim, Santos *et al.* (2019) – à semelhança de Lobo (2019) – concluíram que o envelhecimento acelerado por meio de ataque de agentes agressivos não refletiu em uma variação consistente nas frequências naturais do protótipo. Ademais, danos físicos apresentaram a mesma não-influência no comportamento desse parâmetro modal. Desse modo, Santos *et al.* (2019) sugere ainda que a variação das frequências naturais, como consequência da perda de rigidez, não é eficaz na avaliação estrutural dos elementos abordados.

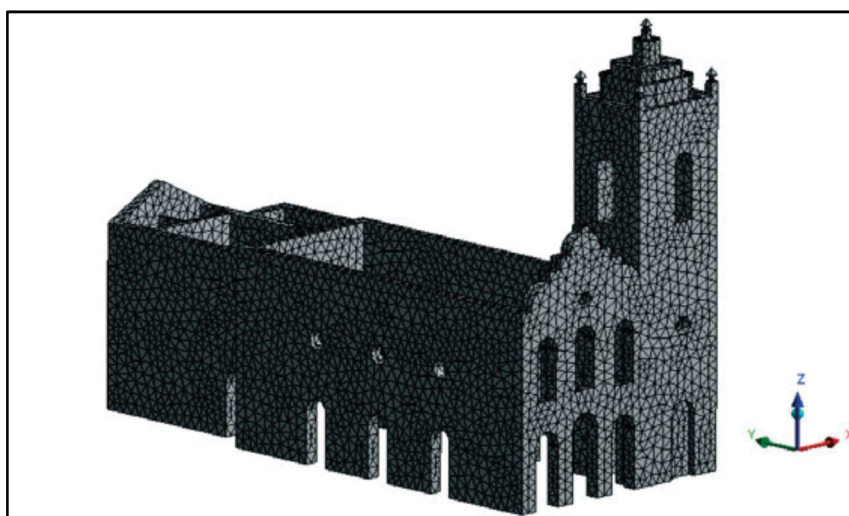
No âmbito da modelagem computacional e da avaliação do comportamento dinâmico de estruturas, destaca-se ainda que Brandão *et al.* (2018) desenvolveram a caracterização modal de uma edificação histórica construída em alvenaria de tijolos maciços. A edificação mencionada é denominada “Igreja Nossa Senhora das Dores”,

localizada na cidade de Sobral/CE, possui aproximadamente 580 m<sup>2</sup> e foi construída no início do século XX.

O estudo realizado por Brandão *et al.* (2018) foi dividido em duas principais etapas: (i) a medição *in-situ* das frequências naturais da construção por meio de ensaios de vibração e (ii) a modelagem computacional atrelada a caracterização modal com base no *software* de EF, *Ansys Workbench*. Conforme descrito pelos autores, as etapas supracitadas não foram executadas sequencialmente. Primeiro, uma análise modal preliminar permitiu compreender a ordem de grandeza dos parâmetros modais e as regiões da estrutura com maiores deslocamentos. Assim, foi possível definir os melhores locais para a posicionamento dos acelerômetros no âmbito dos ensaios de vibração ambiental que, por sua vez, permitiram obter os resultados de interesse (frequências naturais) para a correta calibração do modelo numérico final.

Na implementação do modelo numérico, foi adotado o elemento SOLID187 com uma malha de elementos com dimensões de 500 mm, resultando em 53.889 elementos e 93.380 nós de um elemento tetraédrico de 10 nós, com três graus de liberdade em cada. O modelo desenvolvido, com base na geometria do empreendimento e nas informações apresentadas é ilustrado na FIGURA 13.

FIGURA 13 – MALHA DE ELEMENTOS FINITAS UTILIZADA NO MODELO COMPUTACIONAL DA IGREJA NOSSA SENHORA DAS DORES



FONTE: Brandão *et al.* (2018).

O modelo numérico proposto por Brandão *et al.* (2018) foi calibrado com base nas frequências naturais obtidas na avaliação experimental. Os autores realizaram o

ajuste de módulo de elasticidade da alvenaria até que a primeira frequência natural se aproximasse do valor experimental, de modo que as frequências seguintes se ajustassem por consequência. As demais propriedades mecânicas foram mantidas constantes durante a análise.

A calibração do modelo numérico levou a estabelecer as propriedades mecânicas apresentadas na TABELA 5, onde são apresentados o módulo de elasticidade ( $E$ ), o peso específico ( $W$ ), a resistência à compressão ( $f_m$ ) e a resistência à tração ( $f_t$ ) para a alvenaria. Já as três primeiras frequências naturais experimentais e numéricas, bem como o erro em cada uma delas são apresentados na TABELA 6.

TABELA 5 – PROPRIEDADES MECÂNICAS ADOTADAS NO MODELO NUMÉRICO CALIBRADO

<b>E (GPa)</b>	<b>W (kN/m³)</b>	<b><math>f_m</math> (MPa)</b>	<b><math>f_t</math> (MPa)</b>	<b><math>\nu</math></b>
1,70	18,00	3,20	0,16	0,20

FONTE: Brandão *et al.* (2018).

TABELA 6 – COMPARATIVO ENTRE AS FREQUÊNCIAS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICAS DA EDIFICAÇÃO

<b>Modo</b>	<b>Frequência Experimental (Hz)</b>	<b>Frequência Analítica (Hz)</b>	<b>Erro</b>
1º	2,391	2,403	0,502%
2º	2,880	2,806	2,637%
3º	3,125	3,084	1,329%

FONTE: Brandão *et al.* (2018).

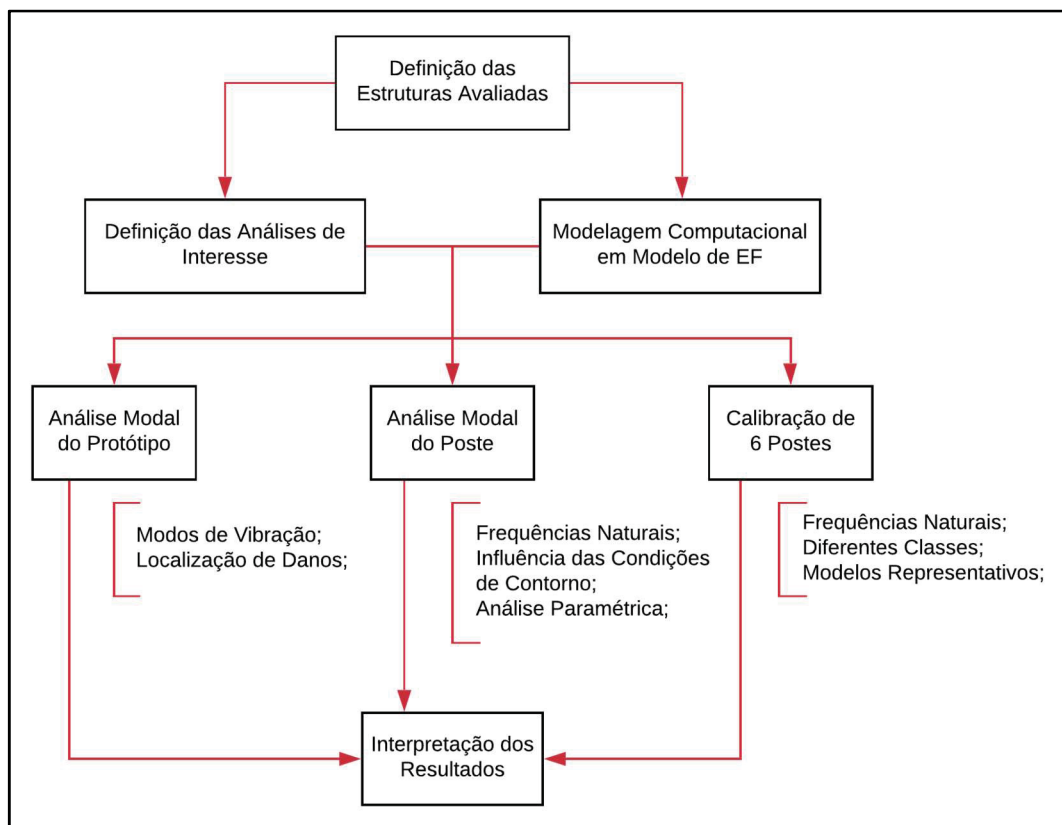
Brandão *et al.* (2018) apresentam o resultado do processo de calibração do modelo numérico como satisfatório, uma vez que a primeira frequência natural apresentou erro de 0,502% em relação às medições experimentais. Os modos de vibração associados as três frequências naturais avaliadas são todos locais e de flexão. Ademais, notou-se também que os maiores deslocamentos da edificação estão no eixo X do sistema aplicado, sendo esse o eixo com maior relevância modal na matriz de massa. Por fim, esses autores concluem que a região central da edificação, com os acessos em forma de arco, são as regiões mais críticas para o surgimento de fissuras, uma vez que apresentam deslocamentos e deformações consideráveis nos vinte primeiros modos de vibração da estrutura.



### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo são abordadas as características de desenvolvimento da presente pesquisa, de modo a alcançar os objetivos estabelecidos anteriormente. No fluxograma apresentado na FIGURA 14, são apresentadas as principais etapas metodológicas realizadas e que serão detalhadas nos tópicos subsequentes.

FIGURA 14 – FLUXOGRAMA DE TRABALHO



FONTE: O autor (2020).

Inicialmente, conforme proposto na FIGURA 14, definiram-se as estruturas de interesse da pesquisa. Foram estabelecidas duas estruturas principais, sendo a primeira um poste de distribuição de energia elétrica e a segunda uma viga de pequeno porte, denominada *protótipo*. Na sequência, foram constituídos os modelos computacionais das estruturas propostas para a pesquisa. Esses modelos foram desenvolvidos com o auxílio do *software Ansys Workbench* (ANSYS, 2018), de onde foram retirados os comportamentos modais das estruturas nas situações de interesse.

Para o protótipo, as análises modais se baseiam na utilização dos modos de vibração do elemento para realizar a identificação e a localização de danos previamente impostos ao modelo. Em diferentes condições de ocorrência do dano foram aplicados métodos específicos para este fim, quais sejam os coeficientes MAC e COMAC. No conjunto de dados obtidos, foram realizadas também etapas de pós-processamento, com análise das taxas de variação secantes, para melhorar a precisão dos resultados encontrados.

Já para o poste, as análises modais de interesse se baseiam no comportamento das frequências naturais da estrutura em face da variação paramétrica de algumas condições de contorno. Tais variações dizem respeito a diferentes tipos de solo para engastamento do poste, a diferentes comprimentos de engastamento e a diferentes situações de danos. Nessas situações, buscou-se avaliar a influência relativa de cada condição de contorno em um parâmetro modal de fácil medição em campo (frequência natural). Após a análise modal para uma classe específica de poste de distribuição de energia elétrica, foi realizada também a calibração dos modelos computacionais de postes para seis classes de carregamento e geometria distintas.

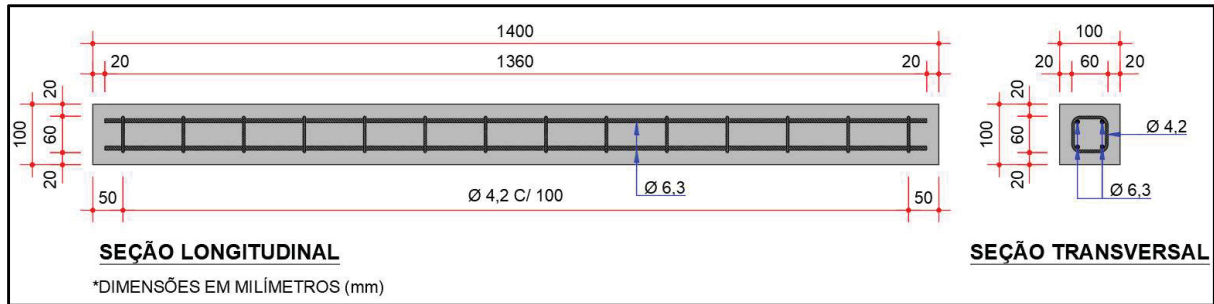
### 3.1 ESTRUTURAS AVALIADAS

Conforme sugerido, a presente pesquisa concentra os seus estudos e análises em dois elementos estruturais distintos, sendo esses:

- 1) Uma viga de seção retangular quadrada, de pequenas dimensões, doravante denominada de protótipo;
- 2) Um poste de distribuição de energia elétrica

Como será visto na sequência, em função das características geométricas do poste, a modelagem computacional, os processos de calibração e análise modal aplicados a referida estrutura são de maior complexidade. Assim, foi definido no âmbito do P&D 0040-0020/2016 (e incorporado a essa pesquisa), a avaliação prévia de um elemento de características mais simples, de pequeno porte, sendo o protótipo (conforme FIGURA 15). O protótipo, assim como o poste, é uma estrutura de concreto armado com dimensões de 10 cm x 10 cm x 140 cm. Além disso, possui 4 barras de aço de 6,3 mm de diâmetro como armadura longitudinal e 14 estribos de 4,2 mm de diâmetro espaçados a cada 10 cm como armadura transversal.

FIGURA 15 – PROJETO GEOMÉTRICO DO PROTÓTIPO



FONTE: O autor (2020).

A segunda estrutura de análise dessa pesquisa é apresentada na FIGURA 16, e representa a geometria típica de postes de concreto armado de seção duplo T, definida pela ABNT NBR 8451-2 (2011). O poste é caracterizado por uma seção transversal variável, com área de base maior em relação à seção de topo, por reforços estruturais a cada 1,50 m e por furos igualmente espaçados na região superior.

Para a etapa de análise modal, foi selecionado um poste de seção duplo T com Carga Nominal ( $C_n$ ) de 300 daN e 10,5 m de altura. De modo a complementar as características geométricas da FIGURA 16 para um elemento da classe mencionada, a NBR 8451-2 (2011) define também informações mecânicas e geométricas complementares que são discriminadas na TABELA 7, com destaque para a  $C_n$  que representa a carga que o poste suporta continuamente dentro dos limites admissíveis.

TABELA 7 – CARACTERÍSTICAS PADRONIZADAS DO POSTE DE SEÇÃO DUPLO T ADOTADO PARA ANÁLISES MODAIS

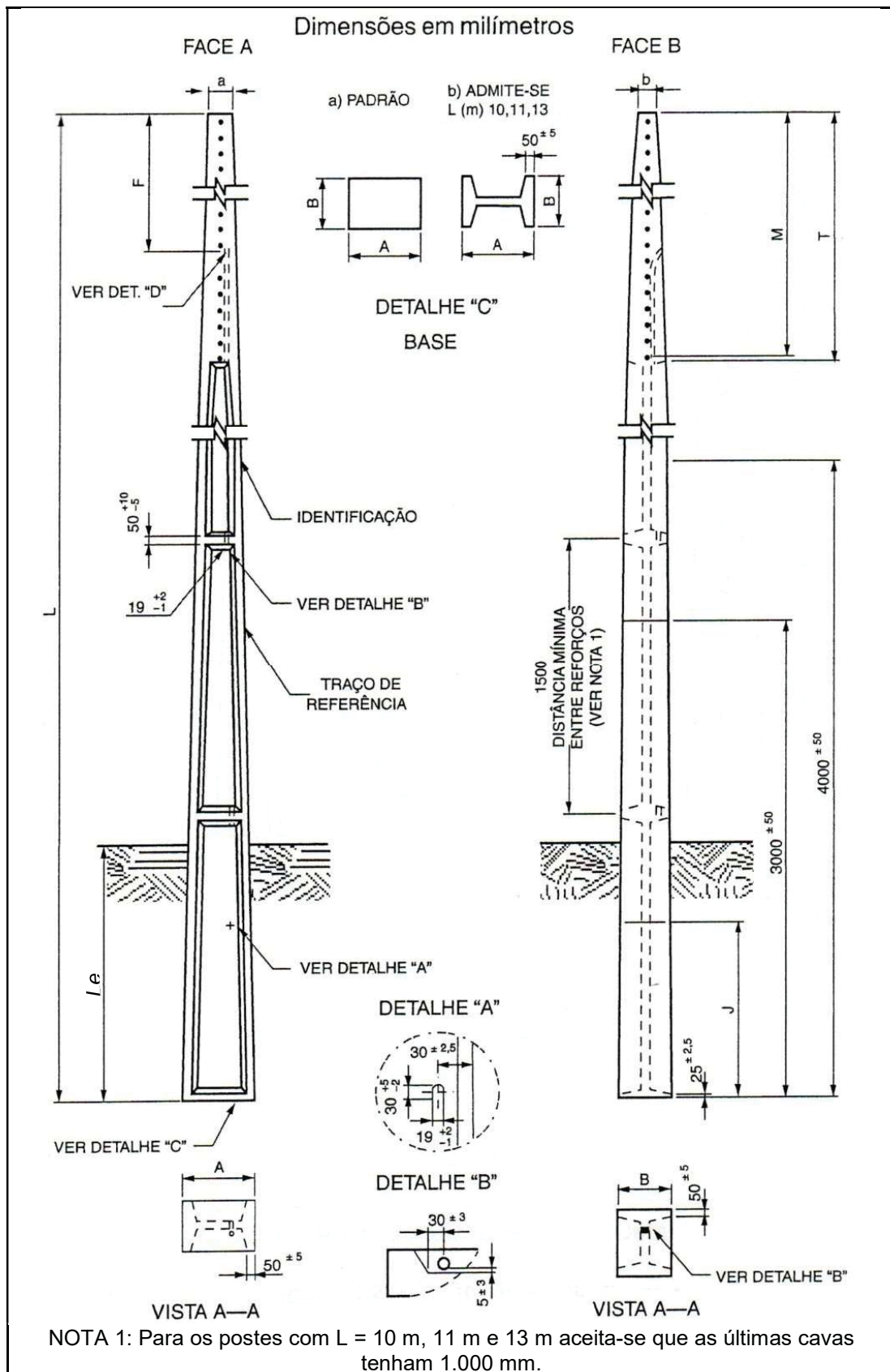
Comp. Nominal	Carga Nominal (daN)		Massa	Dimensões (mm)								
				Face A		Face B		F ± 20	J ± 20	Le ± 15	T ± 20	M ± 15
				Topo	Base	Topo	Base					
L ± 0,05 m	Face A	Face B	kg	a ± 5	A ± 5	b ± 5	B ± 5					
10,50	300	600	980	140	434	110	320	1475	1150	1650	3025	3000

FONTE: Adaptado de ABNT NBR 8451-2 (2011).

Nos itens descritos a seguir são discutidas a modelagem computacional e as etapas metodológicas aplicadas ao protótipo e ao poste. Essas etapas, contudo, não são aplicadas de maneira análoga para as duas estruturas. Enquanto a modelagem é parecida para os dois elementos (com maior discretização para o protótipo e com mais detalhes geométricos para o poste) as análises modais – e consequentemente os métodos aplicados – são distintos.



FIGURA 16 – PROJETO GEOMÉTRICO DE POSTES DE SEÇÃO DUPLO T



FONTE: Adaptado de ABNT NBR 8451-2 (2011).

### 3.2 PROTÓTIPO EM CONCRETO ARMADO

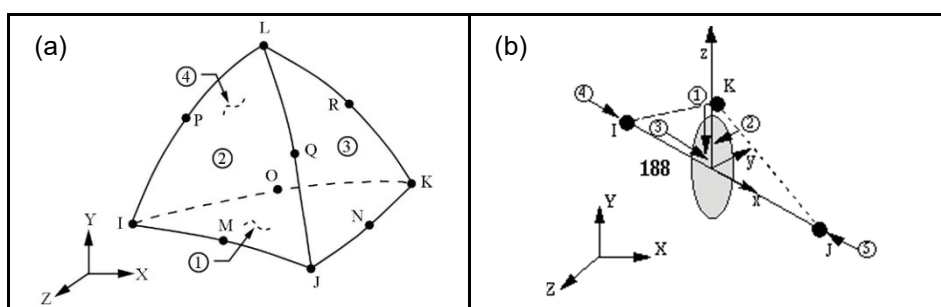
Neste item são apresentadas as etapas de modelagem e de análise modal voltadas para o protótipo em concreto armado apresentado na FIGURA 15.

#### 3.2.1 Modelo em Elementos Finitos

Assim como sugerido nos itens 2.2 e 2.5, os modelos em EF selecionados e avaliados nessa pesquisa foram concebidos no *software Ansys Workbench* (ANSYS, 2018). A escolha do *software* deve-se à sua capacidade de processar análises dinâmicas e também devido a quantidade de elementos apropriados para a realização da modelagem dos materiais que compõem o concreto armado.

Para a modelagem do protótipo de concreto armado foram atribuídos o elemento SOLID187 para o concreto e o elemento BEAM188 para a armadura. O elemento tridimensional SOLID187 possui 10 nós com três graus de liberdade em cada nó, sendo esses as translações nos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Já o elemento tridimensional BEAM188 possui 2 nós com seis graus de liberdade em cada nó, sendo esses as translações nos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  e as rotações em torno de cada eixo. Os elementos empregados são exemplificados na FIGURA 17.

FIGURA 17 – DETALHE CARACTERÍSTICAS DOS ELEMENTOS (a) SOLID187 E (b) BEAM 188, USADOS NO MODELO COMPUTACIONAL DO PROTÓTIPO

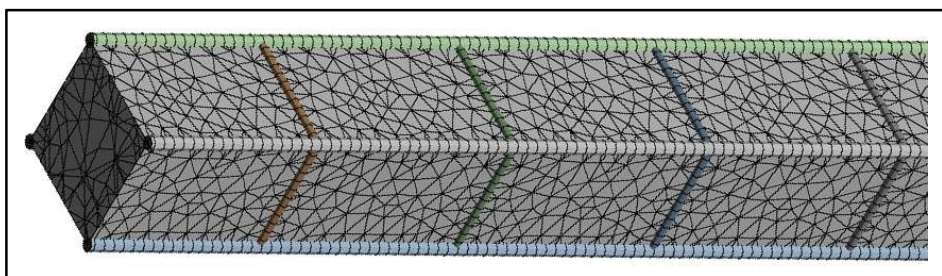


FONTE: Adaptado de Mechanical APDL Theory Reference (2019).

No modelo do protótipo, foi estabelecido ainda um comprimento máximo de 5 mm para cada aresta do elemento para se obter um maior refino e, consequentemente, uma melhor resolução dos resultados – levando a uma distância limite de 2,5 mm entre nós. O resultado da malha aplicada é ilustrado na FIGURA 18,

onde foram retirados os elementos de concreto da região do cobrimento para registro gráfico afim de observar os elementos que representam tanto o concreto como a armadura. Na consideração do protótipo inteiro a malha proposta resultou em um modelo com 146.142 nós e 95.073 elementos.

FIGURA 18 – DISCRETIZAÇÃO DA MALHA DO PROTÓTIPO EM ELEMENTOS FINITOS



FONTE: O autor (2020).

Vale destacar que a malha em EF foi desenvolvida de modo a permitir coincidência entre os nós dos dois tipos de elementos utilizados. Essa coincidência nodal permite aos modelos simular uma aderência perfeita entre o concreto e a armadura. Destaca-se ainda que, no âmbito do protótipo, as análises são realizadas considerando uma condição de apoio do tipo livre-livre. Essa condição considera que o corpo vibra sem restrições, ou seja, livremente e permite desconsiderar a influência das condições de apoio da estrutura nos resultados encontrados. Além disso, destaca-se que o modelo se configura em um regime elástico-linear, onde tensões e deformações são consideradas lineares.

### 3.2.2 Análise Modal

Para o presente estudo, a análise modal aplicada ao protótipo tem por interesse avaliar a aplicação dos coeficientes MAC e COMAC na localização de danos em estruturas de concreto armado. A representatividade do modelo computacional proposto foi validada com base na análise de dados computacionais comparados com resultados experimentais e analíticos conforme discutido por Lobo (2019). As propriedades físicas e mecânicas consideradas para essas análises estão apresentadas na TABELA 8. As propriedades referentes ao concreto foram adotadas conforme preconiza a ABNT NBR 6118 (2014) (para um concreto classe C30) e as

propriedades referentes a armadura de acordo com recomendações da ABNT NBR 8800 (2008).

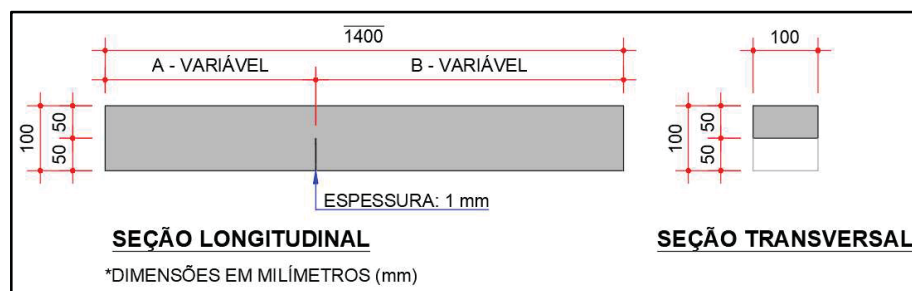
TABELA 8 – PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS DO MODELO COMPUTACIONAL DO PROTÓTIPO

Concreto			Armadura		
Módulo de Elasticidade ( $E$ )	Coef. de Poisson ( $\nu$ )	Densidade ( $\rho$ )	Módulo de Elasticidade ( $E$ )	Coef. de Poisson ( $\nu$ )	Densidade ( $\rho$ )
40 GPa	0,20	2.400 kg/m <sup>3</sup>	200 GPa	0,30	7.850 kg/m <sup>3</sup>

FONTE: O autor (2020).

Em relação à estrutura íntegra (FIGURA 15), foram desenvolvidos 4 novos modelos computacionais implementando-se danos induzidos (considerados no concreto) em diferentes posições – definindo quatro casos a serem avaliados (ver FIGURA 19 e TABELA 9). Como os modelos computacionais são elástico-lineares, o dano é modelado por meio de uma falha geométrica na estrutura. Dessa forma, o dano imposto no protótipo, em todos os casos, possui 1 mm de espessura no sentido longitudinal e ocupa metade da seção transversal.

FIGURA 19 – GEOMETRIA DO DANO NO MODELO COMPUTACIONAL DO PROTÓTIPO



FONTE: O autor (2020).

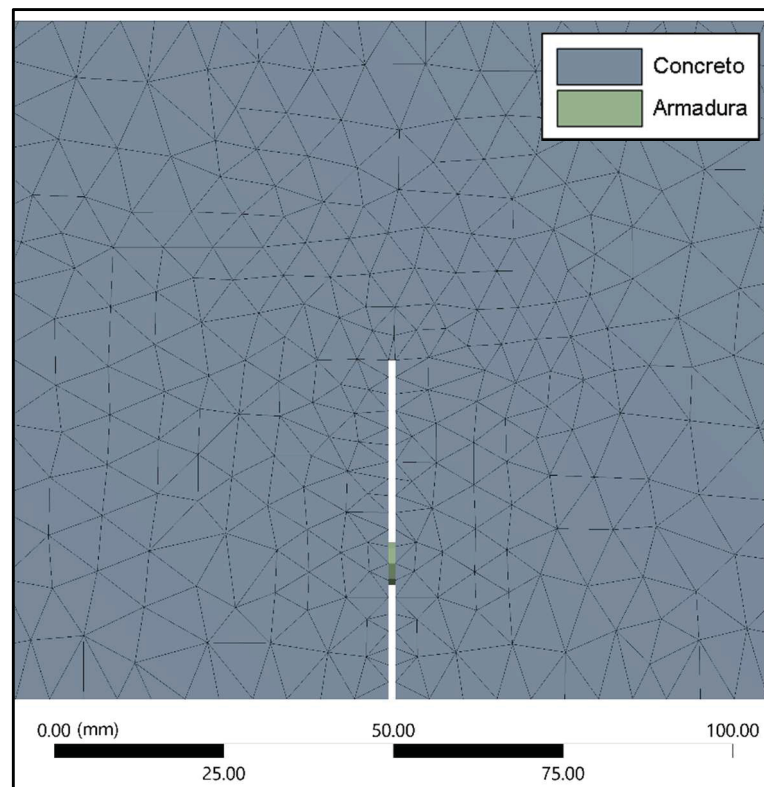
TABELA 9 – VALOR DAS VARIÁVEIS A E B EM CADA CASO ESTABELECIDO

Caso	A		B	
	[mm]	A/vão	[mm]	B/vão
1	100	7,14%	1300	92,86%
2	350	25,00%	1050	75,00%
3	525	37,50%	875	62,50%
4	700	50,00%	700	50,00%

FONTE: O autor (2020).

Para representar melhor o contorno do dano no modelo computacional se faz necessária uma malha de elementos mais densa, sendo essa uma parte crítica da estrutura. A FIGURA 20 apresenta o detalhe de refino da malha na região do dano aplicada ao modelo desenvolvido. Se observa ainda na FIGURA 20 que a armadura longitudinal foi mantida íntegra, com o dano afetando apenas o concreto.

FIGURA 20 – REFINO DA MALHA EM ELEMENTOS FINITOS NA REGIÃO DO DANO

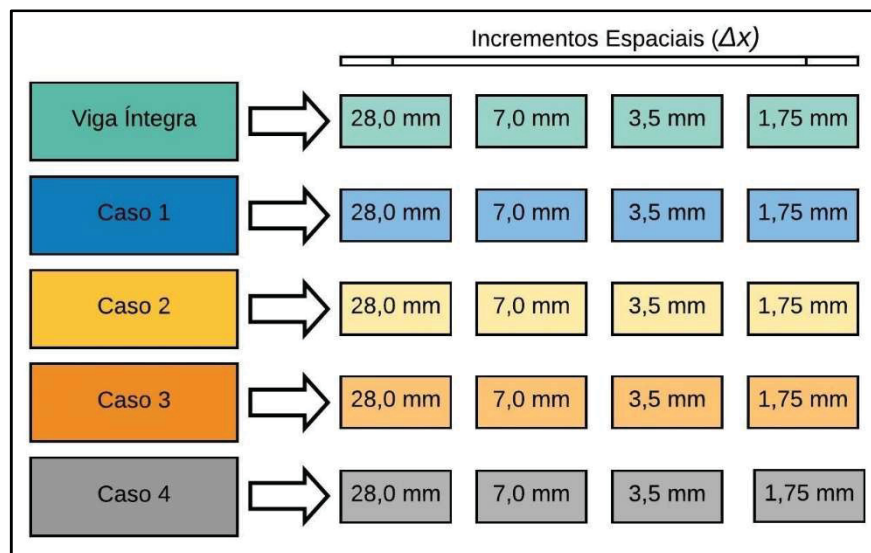


FONTE: O autor (2020).

Em cada caso apresentado, a extração dos dados modais da estrutura foi realizada para quatro diferentes condições de análise. Essas diferentes condições são definidas pelo espaçamento entre os pontos de medição – no modelo computacional – do comportamento dos modos de vibração do protótipo ao longo de um caminho definido. Para a presente pesquisa o referido espaçamento é denominado de incremento espacial ( $\Delta x$ ). Desse modo, quão menor é o  $\Delta x$ , maior é o número de dados para cada autovetor de interesse. A aplicação de diferentes incrementos foi empregada para avaliar a influência da discretização dos dados extraídos do modelo computacional na localização dos danos por meio do índice COMAC. Foram considerados valores de  $\Delta x$  iguais a 28 mm, 7 mm, 3,5 mm e 1,75 mm, conforme

ilustrado da FIGURA 21. O caminho utilizado para as modelagens computacionais de interesse foi modelado com o auxílio da ferramenta *Path*, disponível no *software Ansys Workbench*. Esse caminho (modelado como uma linha reta e horizontal) foi posicionado no eixo da seção transversal da estrutura variando de uma extremidade à outra, com comprimento total de 1.400 mm. Ao longo desse caminho, foram extraídos os dados de comportamento dos modos de vibração em diferentes intervalos de espaço pré-definidos (incrementos espaciais).

FIGURA 21 – RESUMO DOS CASOS DE ANÁLISE E DOS DIFERENTES INCREMENTOS ESPACIAIS CONSIDERADOS EM CADA CASO



FONTE: O autor (2020).

O comportamento modal do protótipo, nas diferentes análises, considerou a estrutura como um corpo livre – sem apoios. Foram extraídos do modelo computacional os dados das cinco primeiras frequências naturais transversais e os modos de vibração associados. Além dos quatro casos considerados, os dados mencionados foram extraídos também da viga em sua condição íntegra, já que a premissa de aplicação dos coeficientes MAC e COMAC é a comparação de dados modais entre duas condições do elemento avaliado. Nesse contexto, foram estabelecidas 16 análises entre os dados gerados, comparando os resultados de cada incremento espacial para cada caso, com o comportamento da viga íntegra.

Como a seção transversal do protótipo é retangular com lados iguais, o comportamento modal do elemento íntegro é computacionalmente idêntico nas duas direções. Assim, foram analisadas apenas as propriedades modais no sentido de



maior redução da inércia da seção transversal da viga pelo dano induzido, ou seja, no sentido em que a flexão potencializa a abertura das fissuras em função do dano pré-estabelecido.

Com os conjuntos de dados (ou autovetores) dos modos de vibração para as situações propostas foram calculados, com base nas Equações (11) e (12), os coeficientes de correlação MAC e COMAC para cada caso estabelecido. Além disso, foi aplicada uma etapa de pós-processamento de dados, com base na Equação (13), para a análise do comportamento dos gráficos COMAC estimados. Para o cálculo das equações mencionadas foi utilizado o *software* de programação *Python*. Com o uso desse *software* de linguagem (*Python*) foi desenvolvido um código computacional onde, por meio do fornecimento deslocamentos dos modos de vibração (resultados obtidos dos modelos computacionais realizados no *software* Ansys), são calculados os coeficientes MAC, COMAC e as taxas de variação em primeira e em segunda ordem do índice COMAC.

Com base nos resultados gráficos da taxa de variação secante (seja de primeira ou de segunda ordem) do coeficiente COMAC, foram então localizados os danos implementados nos modelos computacionais com base na identificação da posição de máxima taxa de variação – com resultados apresentados e discutidos nos itens 4.1.4 e 4.1.5.

### 3.3 POSTE EM CONCRETO ARMADO

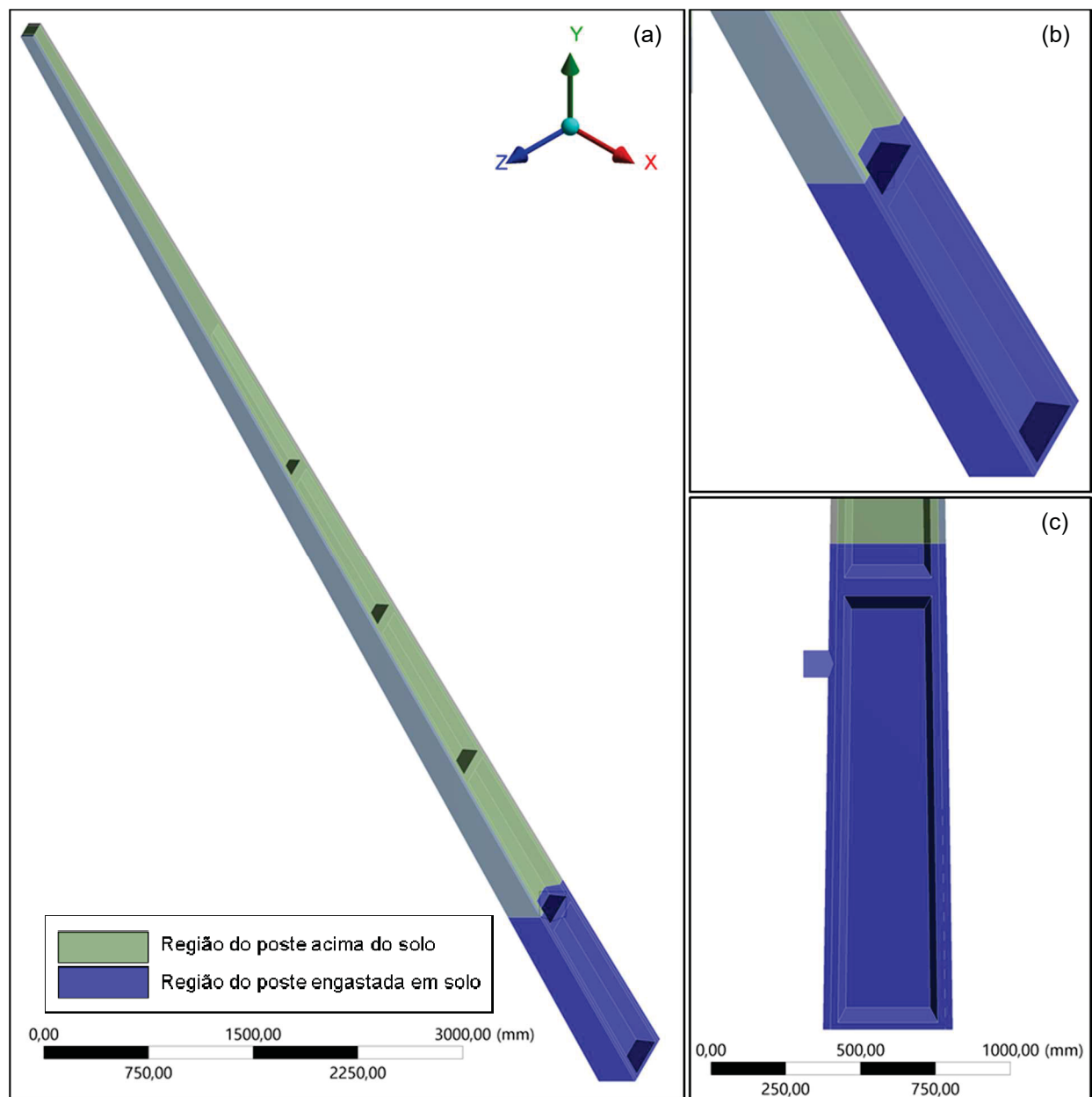
Neste item são apresentadas as etapas de modelagem e de análise modal voltadas para o poste em concreto armado apresentado na FIGURA 16 com os dados complementares da TABELA 7.

#### 3.3.1 Modelo em Elementos Finitos

Em semelhança ao desenvolvido para o protótipo (vide item 3.2.1), para o desenvolvimento do modelo em EF do poste de concreto armado, foi utilizado o *software* *Ansys Workbench* (ANSYS, 2018). Ainda, de maneira análoga, foram atribuídos o elemento SOLID187 para representar o concreto e o elemento BEAM188 para representar a armadura (conforme detalhado na FIGURA 17).

As análises realizadas para o poste utilizam dois tipos principais de condições de apoio: uma condição livre-livre e uma condição de apoio em base elástica. A condição de apoio em base elástica considera o corpo apoiado ou parcialmente enterrado em um maciço de solo. Nessa opção, a base elástica é modelada com o emprego da ferramenta *Elastic Support*, aplicando essa condição nas faces e profundidades referentes a região de engastamento da estrutura. No modelo computacional do poste, a referida condição de apoio é ilustrada na FIGURA 22.

FIGURA 22 – ENGASTAMENTO EM BASE ELÁSTICA NO MODELO COMPUTACIONAL DO POSTE DE CONCRETO ARMADO (a) EM PERSPECTIVA, (b) EM DETALHE E (c) EM VISTA



FONTE: O autor (2020).



A função *Elastic Support*, sendo uma condição de contorno disponível no conjunto de funções do *Ansys Workbench*, permite que as faces e as arestas de um elemento se deformem de acordo com o comportamento de uma mola. Os esforços da consideração dessa ferramenta são válidos somente na direção normal a face na qual é aplicada. Ademais, essa condição de contorno solicita o valor do coeficiente de rigidez do solo, sendo este parâmetro a pressão necessária para produzir uma deflexão unitária na face considerada.

Para o modelo do poste, em função deste ser significativamente maior em relação ao protótipo, foi estabelecido o comprimento máximo de 50 mm para cada aresta do elemento – uma vez que não foram notadas perdas significativas nos resultados com esse nível de modelagem. Assim, os diferentes modelos dessa estrutura apresentaram malha com valores médios de 36.673 nós e 22.916 elementos.

Por fim, destaca-se que não foram consideradas as armaduras transversais (estribo) e os furos localizados na região superior (vide FIGURA 16) para as análises modais no modelo computacional do poste. Esta abordagem foi adotada à semelhança do proposto por Lobo (2019) que avaliou a resposta desta consideração como não significativa em face do ganho operacional de considerar apenas as armaduras longitudinais da estrutura. Assim, foram consideradas 5 barras de aço de 6,3 mm de diâmetro em cada mesa do perfil duplo T do poste.

### 3.3.2 Análise Modal

As análises modais realizadas no âmbito do poste de concreto armado são desenvolvidas com base no modelo computacional apresentado por Jarek *et al.* (2019). Tal modelo se assemelha significativamente ao proposto por Lobo (2019), tendo sido escolhido por representar com maior precisão a geometria do elemento proposto. As propriedades físicas e mecânicas consideradas para as análises aqui apresentadas estão definidas na TABELA 10. Assim, como para a análise dos protótipos, as propriedades do poste de concreto armado foram consideradas conforme recomendações normativas (para um concreto classe C35).

O módulo de elasticidade dinâmico considerado – e consequentemente a classe de resistência admitida – é baseado na calibração do modelo computacional de acordo com os resultados de testes dinâmicos realizados em campo, no âmbito do P&D 0040-0020/2016. Assim como aplicado por estudos como Sevim *et al.* (2009),

Brandão *et al.* (2018) e Lobo (2019), a calibração do modelo computacional foi alcançada com o ajuste do módulo de elasticidade da estrutura para se obter uma variação nula da frequência fundamental e mínima para as demais frequências naturais entre o modelo experimental e o modelo computacional.

TABELA 10 – PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS DO MODELO COMPUTACIONAL DO POSTE

Concreto			Armadura		
Módulo de Elasticidade Dinâmico <sup>1</sup> ( $E_d$ )	Coef. de Poisson ( $\nu$ )	Densidade ( $\rho$ )	Módulo de Elasticidade ( $E$ )	Coef. de Poisson ( $\nu$ )	Densidade ( $\rho$ )
46,1 GPa	0,20	2.400 kg/m <sup>3</sup>	200 GPa	0,30	7.850 kg/m <sup>3</sup>

FONTE: O autor (2020).

A TABELA 11 apresenta a relação entre as frequências naturais experimentais e computacionais após o processo de calibração. Os dados experimentais da TABELA 11 são provenientes da análise apresentada por Lobo (2019) em uma condição de apoio livre-livre. Já os dados computacionais são provenientes da calibração do modelo considerando as propriedades físicas e mecânicas da TABELA 10 e as propriedades geométricas apresentadas na FIGURA 16. Assim, como discutido por Lobo (2019), sendo a variação (erro) entre as frequências naturais dos dois modelos – apresentada na TABELA 11 – percentualmente baixa, é possível compreender o processo de calibração como adequado para que o modelo computacional represente a estrutura real.

TABELA 11 – COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS APÓS CALIBRAÇÃO DO MODELO

Modo de Vibração	Análise Experimental	Análise Computacional	Variação
1º	7,70 Hz	7,70 Hz	0,00%
2º	13,26 Hz	13,82 Hz	4,05%
3º	21,27 Hz	21,19 Hz	-0,38%
4º	36,09 Hz	35,53 Hz	-1,58%

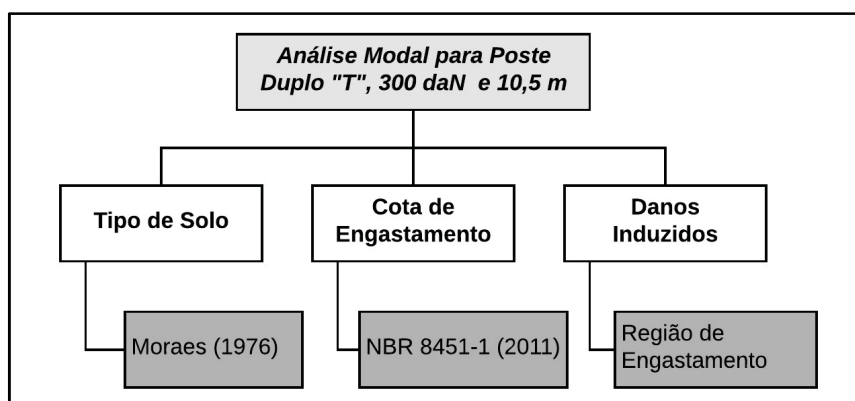
FONTE: O autor (2020).

<sup>1</sup> No âmbito do presente trabalho, entende-se Módulo de Elasticidade Dinâmico como o Módulo de Elasticidade obtido por meio da calibração do modelo computacional considerando as frequências naturais da estrutura.

Após a calibração do modelo computacional para que este seja representativo da estrutura real, a análise modal acerca do poste de concreto armado se dá por meio da variação paramétrica de diferentes condições de contorno de estrutura. Para tanto, a FIGURA 23 apresenta os parâmetros sob variação dos quais é avaliada a influência no comportamento modal do poste de concreto armado do tipo duplo T, com carga nominal de 300 daN e 10,5 m de altura.

As variações paramétricas propostas na FIGURA 23 foram estabelecidas com o intuito de compreender o comportamento das frequências naturais do poste frente aos diferentes tipos de solo, às situações de erosão do solo de enterramento e aos danos ocorridos na região de engastamento – todas situações factíveis para o uso dessa estrutura. Cada uma das situações propostas tem sua metodologia de análise detalhada e explicada nos subitens transcorridos a seguir.

FIGURA 23 – VARIAÇÕES PARAMÉTRICAS PROPOSTAS PARA ANÁLISE MODAL DO POSTE



FONTE: O autor (2020).

### 3.3.3 Influência do Tipo de Solo

Para avaliar a influência do tipo de solo no comportamento modal do poste, foram considerados os tipos de solo apresentados na TABELA 12, bem como os coeficientes de rigidez do solo associados. Segundo Moraes (1976), tais valores podem ser adotados na falta de ensaios apropriados.

A classificação dos solos proposta na TABELA 12 foi definida com base na Classificação Unificada de Solos apresentada por Pinto (2002). Segundo esse autor, essa classificação é feita pela associação de letras que indicam o tipo de solo principal e seus dados secundários, conforme TABELA 13.

TABELA 12 – VALORES DE REFERÊNCIA PARA O COEFICIENTE DE RIGIDEZ DO SOLO

Tipo de Solo	Classif.	$k_s$ (kg/cm <sup>3</sup> )
Turfa leve - solo pantanoso	Pt	0,5 a 1,0
Areia fina de praia	S	1,0 a 1,5
Argila molhada/úmida	CH	2,0 a 5,0
Argila seca	CL	5,0 a 8,0
Silte compactado com areia e pedra	MG	8,0 a 10,0
Cascalho médio com areia fina	GS <sub>1</sub>	10,0 a 12,0
Cascalho grosso com areia grossa	GS <sub>2</sub>	12,0 a 15,0
Cascalho grosso com pouca areia	GS <sub>3</sub>	15,0 a 20,0
Cascalho grosso com pouca areia compactada	GS <sub>4</sub>	20,0 a 25,0

FONTE: Adaptado de Béton-Kalender (1962) apud. Moraes (1976).

TABELA 13 – TERMINOLOGIA DO SISTEMA UNIFICADO DE CLASSIFICAÇÃO DE SOLOS

Letra	Significado
G	Pedregulho
S	Areia
M	Silte
C	Argila
H	Alta compressibilidade
L	Baixa compressibilidade
Pt	Turfa

FONTE: Adaptado de Pinto (2002).

Com o interesse de avaliar apenas a variação das propriedades modais em função do tipo de solo empregado, nesta etapa da pesquisa a cota de engastamento do modelo computacional foi mantida constante e considerada conforme preconiza a ABNT NBR 8451-1 (2011), sendo:

$$Le = 0,1 L + 0,60 \quad (15)$$

onde:  $Le$  é o comprimento de engastamento e  $L$  é o comprimento do poste, ambos expressos em metros. Assim, pelos dados que constam na TABELA 7, o comprimento de engastamento considerado foi de 1,65 m. Em conformidade com o descrito no item 3.3.1 e o proposto por Lobo (2019), o engastamento foi realizado por meio da consideração de uma base elástica, com o auxílio da ferramenta *Elastic Support*, presente no *software Ansys Workbench* (ANSYS, 2018).

Do modelo computacional, para os limites do coeficiente de rigidez de cada tipo de solo, foram extraídos os valores das dez primeiras frequências naturais do poste, sendo cinco em cada orientação inercial principal. Com base nesses dados, foram desenvolvidas tabelas, gráficos e equações que relacionam o coeficiente de rigidez do solo com a frequência natural esperada – considerando um poste íntegro e uma condição de engastamento normalizada.

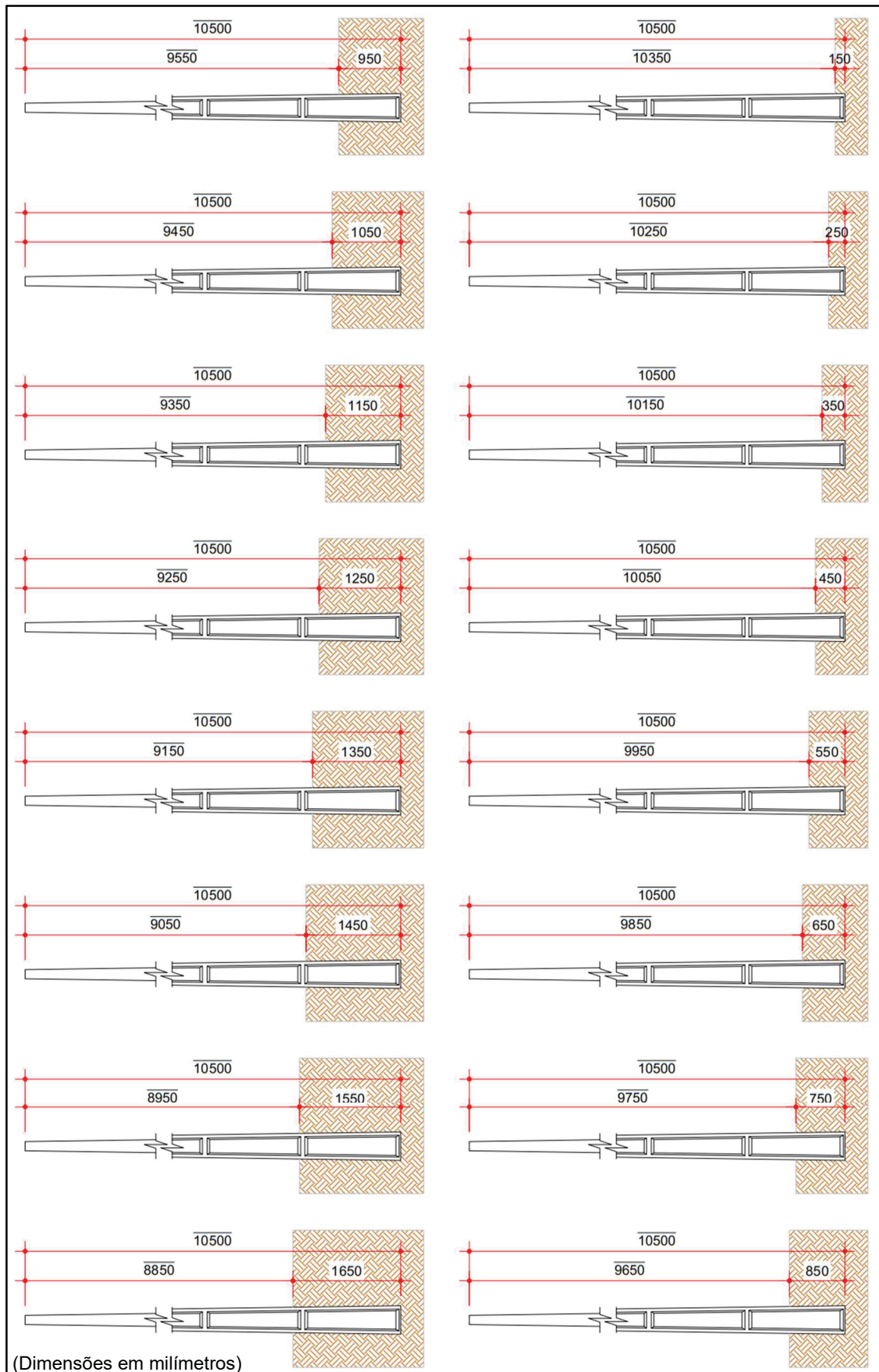
### 3.3.4 Influência da Cota de Engastamento

Na sequência foi também realizada a análise paramétrica da influência da cota de engastamento nos parâmetros modais do poste. Foi estabelecido como condição inicial a cota de engastamento normalizada pela ABNT NBR 8451-1 (2011), apresentada na Equação (15), para o poste de referência definido na FIGURA 16, levando a 1,65 m de engastamento inicial. A partir desta cota foram desenvolvidas outras 15 análises, diminuindo a cota de engastamento em 10 cm por análise – até considerar a uma cota de engastamento mínima de 15 cm, conforme ilustrado na FIGURA 24 (com dimensões apresentadas em milímetros).

Para as situações de engastamento propostas, foram realizadas as análises modais computacionais para apenas dois tipos de solo: um solo argiloso (com coeficiente de rigidez de 5,0 kg/cm) e um solo arenoso (com coeficiente de rigidez de 1,5 kg/cm). A influência da cota de engastamento foi desenvolvida apenas para esses dois tipos de solo, em detrimento aos demais solos apresentados na TABELA 12, uma vez que estes possuem maior relevância para o projeto em que esta pesquisa está inserida. Assim, para a análise paramétrica de influência da cota de engastamento nos parâmetros modais do poste de interesse, avaliar apenas tipos de solo estabelecidos se mostrou satisfatório.

Em semelhança ao aplicado para a influência do tipo de solo, para a análise da influência da cota de engastamento foram extraídos dos modelos computacionais os valores das dez primeiras frequências naturais do poste em cada situação avaliada. Dessas frequências, cinco possuem modo de vibração na direção inercial mínima e as outras cinco na direção inercial máxima.

FIGURA 24 – VARIAÇÕES NA COTA DE ENGASTAMENTO NA ANÁLISE DA INFLUÊNCIA MODAL

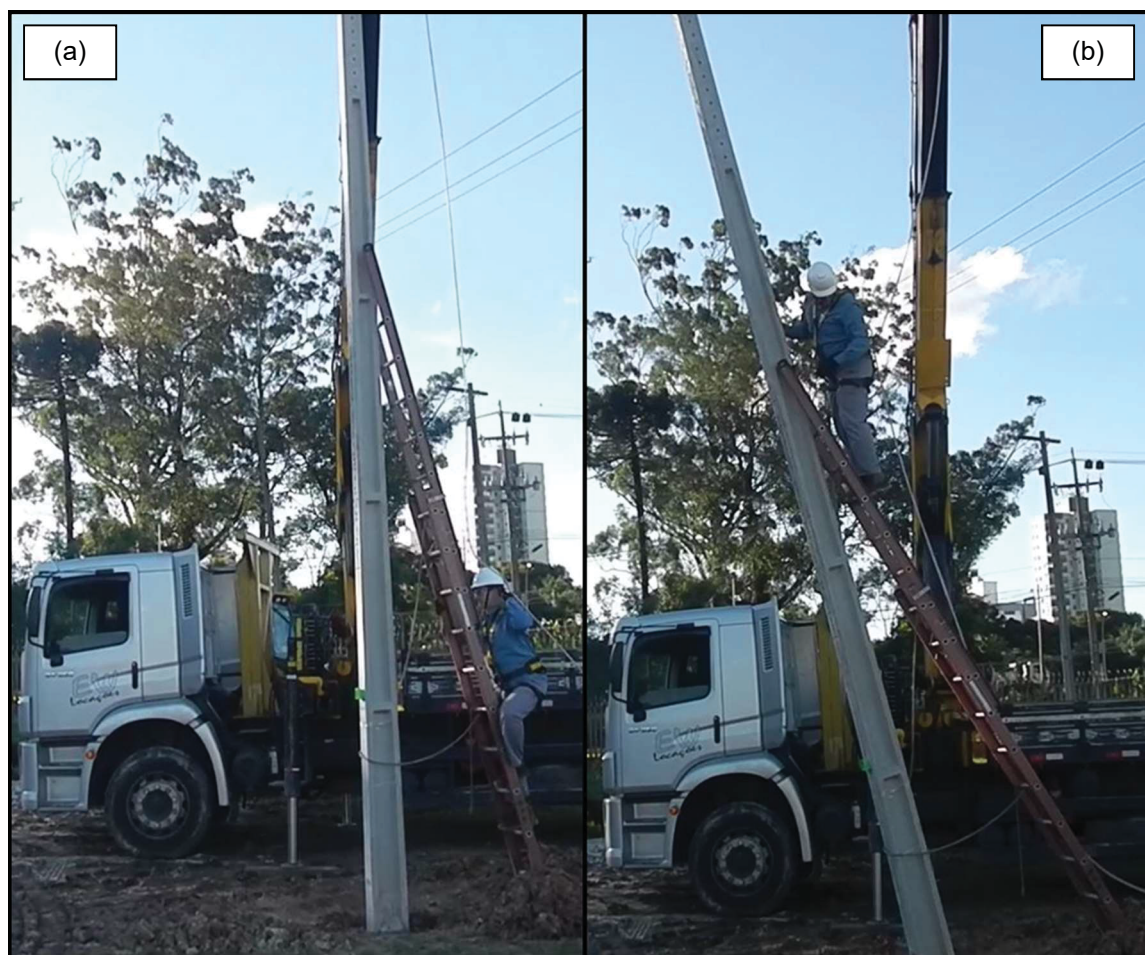


FONTE: O autor (2020).



Destaca-se que em ensaios experimentais realizados no âmbito do P&D 0040-0020/2016 a cota de engastamento de tombamento da estrutura esteve entre 0,80 m e 0,70 m para ensaios em solos argilosos e arenosos. A cota de engastamento de tombamento é compreendida, para o transcorrer dessa pesquisa, como a cota na qual, durante ensaios experimentais, o poste apresentou instabilidade e cedeu mediante a subida de uma pessoa – simulando a subida de um funcionário para manutenção da rede, conforme representado na FIGURA 25. Dessa forma, é possível simular e avaliar o comportamento modal do poste em condições onde a cota de engastamento esteja em limites aceitáveis, em situações críticas e situações de instabilidade.

FIGURA 25 – REGISTRO DOS TESTE EM CAMPO PARA A (a) SUBIDA DE UMA PESSOA NO POSTE E O (b) INSTANTE DE TOMBAMENTO DA ESTRUTURA



FONTE: LACTEC (2019).

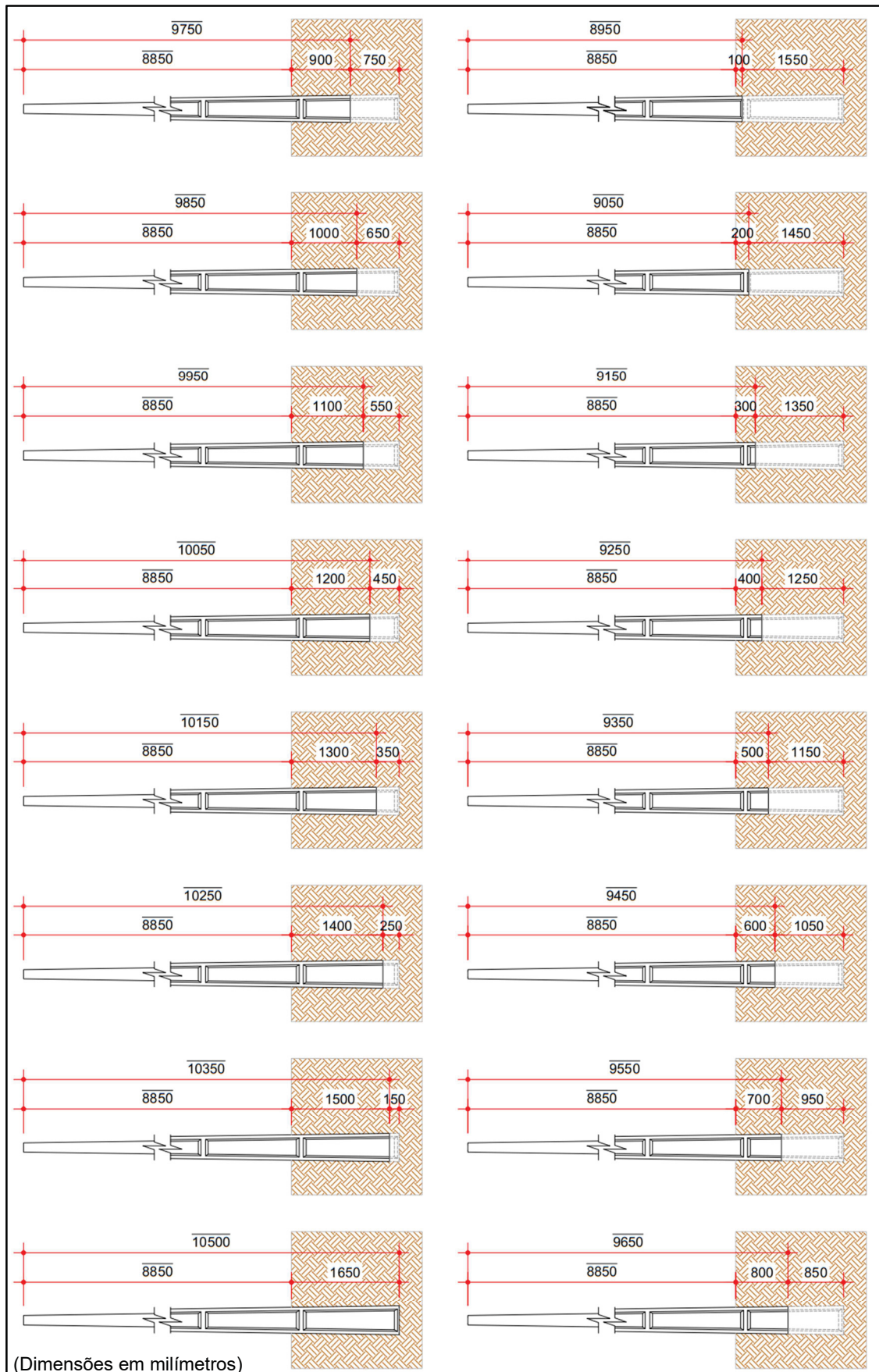
### 3.3.5 Influência de Danos na Região de Engastamento

Por fim, foi realizada a análise paramétrica da influência de danos na região de engastamento nos parâmetros modais do poste. Assim como realizado na análise da influência da cota de engastamento, foi estabelecida como condição inicial um poste íntegro e com cota de engastamento normatizada. A partir desta condição foram desenvolvidas outras 15 análises, considerando danos na forma de redução do comprimento da base da estrutura. O primeiro dano inserido foi implementado com a diminuição de 15 cm na altura da base do poste e os danos seguintes com sucessivos incrementos de 10 cm – até chegar a uma condição de poste com 8,95 m de altura e uma cota de engastamento mínima de 10 cm, conforme ilustrado na FIGURA 26 (com dimensões apresentadas em milímetros).

De maneira semelhante aos passos metodológicos realizados para a análise da influência da cota de engastamento (vide item 3.3.4), a análise da influência de danos na região de engastamento no comportamento modal do poste foi realizada apenas para um solo argiloso (com coeficiente de rigidez de 5,0 kg/cm) e um solo arenoso (com coeficiente de rigidez de 1,5 kg/cm). Além disso, a extração dos resultados dos modelos computacionais também foi similar, sendo obtidos os valores das dez primeiras frequências naturais da estrutura, onde cinco dizem respeito a orientação de maior inércia e cinco dizem respeito a orientação de menor inércia. Com base nesses dados, foram desenvolvidas tabelas, gráficos e equações que relacionam os danos propostos na região de engastamento com a frequência natural esperada – considerando os dois tipos de solo selecionados.



FIGURA 26 – DANOS NA REGIÃO DE ENGASTAMENTO NA ANÁLISE DA INFLUÊNCIA MODAL



FONTE: O autor (2020).

### 3.4 CALIBRAÇÃO COMPUTACIONAL DE POSTES DUPLO T

Após a realização de todas as análises modais de interesse conforme as metodologias descritas nos itens 3.2 e 3.3, foi realizada a calibração computacional de sete diferentes classes de postes de concreto armado. Esses postes, com sua classe definida pela carga nominal e pela altura, são estabelecidos na TABELA 14. Como os postes propostos para calibração são todos de seção duplo T e regulamentados segundo a ABNT NBR 8451-2 (2011), sua geometria padrão é idêntica ao projeto apresentado inicialmente na FIGURA 16 (vide item 3.1). Desse modo, a TABELA 14 reúne também as informações complementares para todas as classes de interesse, segundo preconiza a NBR 8451-2 (2011).

De maneira análoga ao realizado na etapa de análise modal para o poste com carga nominal de 300 daN e 10,5 m de altura, os modelos computacionais desta etapa de calibração foram construídos com o emprego do *software Ansys Workbench* (ANSYS, 2018). Assim, a construção dos modelos em EF foi desenvolvida com as mesmas diretrizes apresentadas no item 3.3.1.

TABELA 14 – CARACTERÍSTICAS PADRONIZADAS DO POSTE DE SEÇÃO DUPLO T PARA AS DIFERENTES CLASSES ESTABELECIDAS NA ETAPA DE CALIBRAÇÃO

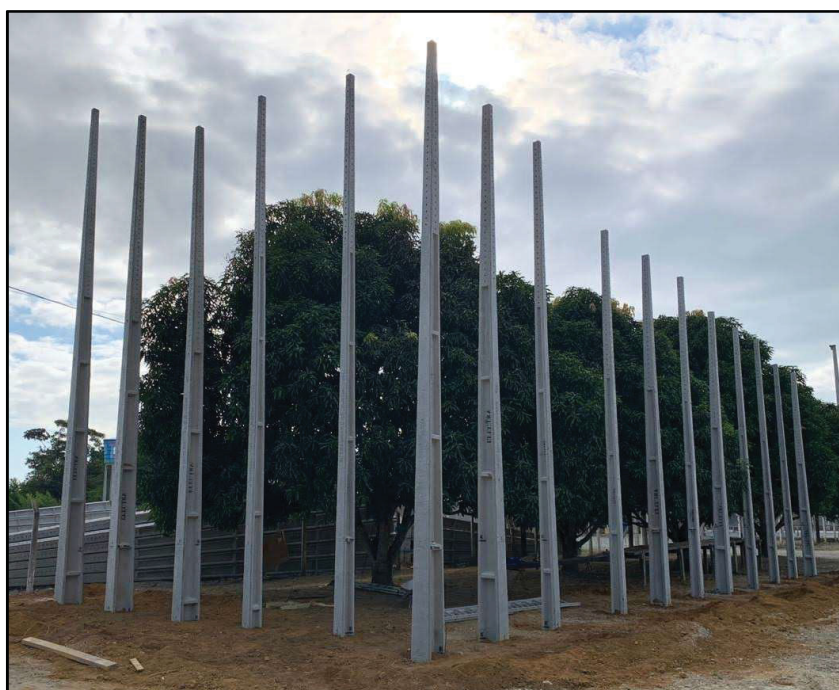
Comp. Nominal	Carga Nominal (daN)		Massa	Dimensões (mm)								
				Face A		Face B		L ± 20	J ± 20	e ± 15	T ± 20	M ± 15
				Topo	Base	Topo	Base					
	Face A	Face B	kg	a ± 5	A ± 5	b ± 5	B ± 5					
9,00	300	600	750	140	392	110	290	75	1000	1500	3025	3000
10,00	300	600	900	140	420	110	310	975	1100	1600	3025	3000
10,50	300	600	980	140	434	110	320	1475	1150	1650	3025	3000
11,00	300	600	1050	140	448	110	330	1875	1200	1700	4525	4500
11,00	200	400	1050	140	448	110	330	1875	1200	1700	4525	4500
10,50	150	300	980	140	434	110	320	1475	1150	1650	3025	3000

FONTE: Adaptado de ABNT NBR 8451-2 (2011).

Para que fosse possível realizar a calibração dos modelos computacionais desses postes, no âmbito do P&D 0040-0020/2016 foram desenvolvidos ensaios dinâmicos em todas as classes de postes estabelecidas na TABELA 14. Esses ensaios ocorreram na mesma região (Feira de Santana/BA, vide FIGURA 27) e

respeitaram a cota de engastamento que preconiza a ABNT NBR 8451-1 (2011), apresentada na Equação (15), para cada tipo de poste. Como resultado dessa etapa de testes foram obtidos gráficos de amplitude normalizada em função da frequência para cada classe de postes, conforme exemplo da FIGURA 28. Os dados de excitação foram medidos com acelerômetros posicionados na parte inferior da estrutura após impacto de um martelo. Os eixos X e Z representados na FIGURA 28 dizem respeito às direções de maior e menor inércia da estrutura e os picos representam as frequências naturais.

FIGURA 27 – POSTES DE DIVERSAS CLASSES PARA ENSAIOS DINÂMICOS EXPERIMENTAIS

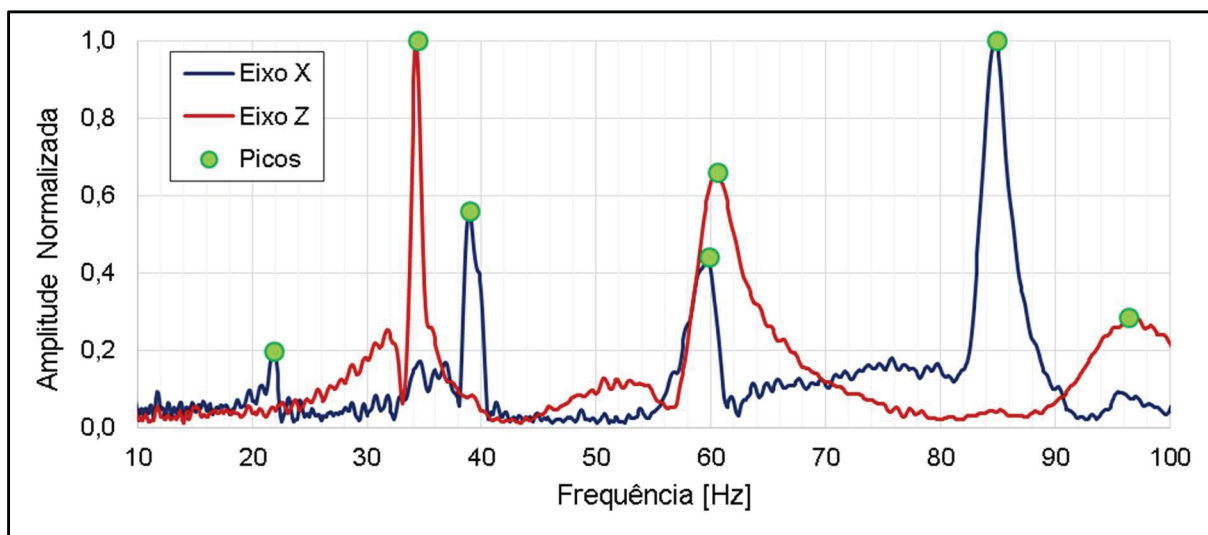


FONTE: LACTEC (2019).

Conforme apresentado no item 3.3.2, para o poste com carga nominal de 300 daN e 10,5 m de altura já havia sido realizada uma etapa preliminar de calibração da estrutura. Esse processo inicial foi realizado em uma condição livre-livre e objetivou definir o módulo de elasticidade, conforme resultados apresentados na TABELA 10. Com base nessas propriedades físicas e mecânicas o modelo desse poste passou por um novo processo de calibração baseado no coeficiente de rigidez do solo, que é a variável incógnita após a consideração do engastamento em solo. Dessa nova

consideração (engastamento em solo), a realização dos ensaios em campo forneceu os dados modais necessários para uma nova etapa de calibração.

FIGURA 28 – EXEMPLO DOS DADOS OBTIDOS NOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS PARA CALIBRAÇÃO DOS MODELOS COMPUTACIONAIS DOS POSTES



FONTE: Adaptado de LACTEC (2019).

Destaca-se ainda que para os ensaios experimentais foi utilizado um sistema de excitação e medição das respostas modais desenvolvido pelo P&D 0040-0020/2016. Para excitar a estrutura o martelo utilizado possui aproximadamente 4,37 kg e a captação das respostas dinâmicas foi realizada por um acelerômetro triaxial. Por fim, o sistema de análise foi desenvolvido como um algoritmo de processamento de dados implementado na linguagem computacional Python. Ressalta-se ainda que o procedimento de medição das frequências naturais empregado possui precisão de aproximadamente 1 Hz ao longo do espectro entre 20 Hz e 100 Hz e baixa sensibilidade nas bandas externas de frequência.

Como os ensaios em campo foram realizados com acelerômetros de baixa sensibilidade para as frequências iniciais, a faixa de frequência na região até aproximadamente 20 Hz não apresenta picos claros para definição das frequências naturais (vide FIGURA 28). Desse modo, o processo de calibração foi desenvolvido para modos de vibração superiores, buscando o melhor acondicionamento dos dados disponíveis – conforme está apresentado no capítulo de resultados.

Após a calibração do primeiro poste enterrado (300 daN de carga nominal e 10,5 m de altura), com a definição do coeficiente de rigidez do solo, passou-se para a calibração das demais classes de interesse. Como os ensaios experimentais foram realizados todos na mesma região, foi definido para as etapas seguintes que a propriedade do solo se mantivesse constante. Assim, a calibração dos modelos computacionais voltou a ser realizada por meio do Módulo de Elasticidade – quando necessário.

## 4 RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados e discutidos todos os resultados da presente pesquisa. Para tanto, assim como proposto no item anterior, este capítulo está organizado em três partes: a primeira diz respeito a análise modal do protótipo, a segunda sobre a análise modal do poste e a terceira trata-se da calibração computacional de postes de concreto armado de diferentes classes.

### 4.1 ANÁLISE MODAL DO PROTÓTIPO

Os resultados referentes à análise modal do protótipo, apresentados a seguir, serão separados em seis tópicos diferentes. Inicialmente, são apresentados os dados modais obtidos da modelagem computacional. Na sequência são apresentados os resultados dos coeficientes MAC e COMAC, em itens diferentes. Os resultados para as taxas de variação em 1ª e em 2ª ordem são apresentados também em itens separados. Por último, segue um resumo dos resultados referentes ao protótipo.

#### 4.1.1 Parâmetros modais

Inicialmente, foram extraídos do modelo computacional do protótipo os valores das cinco primeiras frequências naturais e os deslocamentos dos modos de vibração de flexão equivalentes para as cinco condições propostas (condição íntegra e os quatro casos de indução do dano). Como os diferentes incrementos espaciais ( $\Delta x$ ) propostos no item 3.2.2 interferem apenas na condição de extração dos modos de vibração do modelo computacional, esse parâmetro não muda o comportamento modal (frequências naturais e a forma dos modos de vibração associados) da estrutura em cada caso. As frequências naturais são apresentadas na TABELA 15.

Dos dados apresentados na TABELA 15, é possível ressaltar as seguintes conclusões: A indução dos danos no protótipo, para todos os casos considerados neste estudo, resultou em uma redução da rigidez da estrutura, denotada na variação percentual negativa. Por outro lado, a sensibilidade das frequências à redução da rigidez pela presença dos danos considerados é pequena e de difícil percepção tendo apresentado redução negativa média de 3,53% e redução máxima de 10,12% (para o valor da primeira frequência natural do caso 4).



TABELA 15 – FREQUÊNCIAS NATURAIS DO MODELO COMPUTACIONAL DO PROTÓTIPO, EM Hz

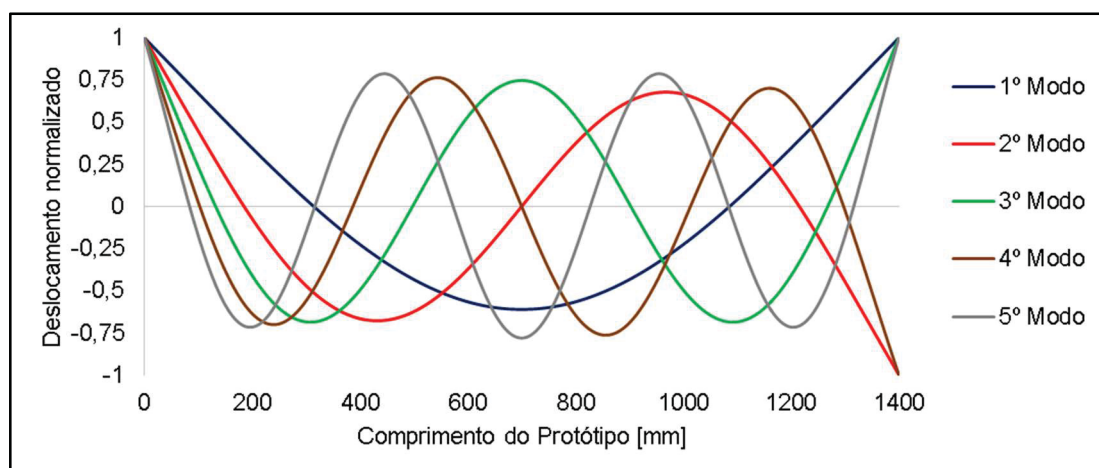
Freq.	Íntegro	Caso 1 (A = 100 mm)		Caso 2 (A = 350 mm)		Caso 3 (A = 525 mm)		Caso 4 (A = 700 mm)	
1ª	211,93	211,86	-0,03%	204,61	-3,45%	194,80	-8,08%	190,49	-10,12%
2ª	566,13	564,05	-0,37%	520,00	-8,15%	535,90	-5,34%	565,26	-0,15%
3ª	1.064,30	1.051,50	-1,20%	999,41	-6,10%	1.059,00	-0,50%	990,11	-6,97%
4ª	1.674,10	1.630,80	-2,59%	1.655,70	-1,10%	1.613,20	-3,64%	1.667,80	-0,38%
5ª	2.368,00	2.255,00	-4,77%	2.335,90	-1,36%	2.325,70	-1,79%	2.261,30	-4,51%

FONTE: O autor (2020).

Os modos de vibração são exibidos na FIGURA 29 para a viga íntegra com incremento espacial ( $\Delta x$ ) de 1,75 mm. Se observa que o primeiro modo de vibração (destacado em azul na FIGURA 29) possui dois nós modais, em função da consideração de apoio (em suspensão) do protótipo. Aos demais modos de vibração se acrescenta um nó modal a cada nova forma de vibrar, levando o quinto modo de vibração a possuir seis nós modais (destacado em cinza na FIGURA 29).

Vale ressaltar que foram extraídos do modelo computacional um total de 20 autovetores diferentes para análise dos modos de vibração do protótipo proposto. Esses autovetores dizem respeito às cinco condições da viga (condição íntegra e também os quatro casos de deterioração) para os quatro valores de incrementos espaciais diferentes ( $\Delta x = 28$  mm,  $\Delta x = 7$  mm,  $\Delta x = 3,5$  mm e  $\Delta x = 1,75$  mm). O comportamento e a comparação entre os modos de vibração são apresentados e discutidos do item 4.1.2 ao item 4.1.5, com o auxílio das demais etapas de análise dos resultados propostos no item 3.2.

FIGURA 29 – CINCO PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO PROTÓTIPO ÍNTEGRO



FONTE: O autor (2020).



#### 4.1.2 Coeficiente MAC

O coeficiente MAC, compreendido como um coeficiente do nível de dano da estrutura (ZHOU, 2006), é apresentado na TABELA 16 para todas as situações de interesse propostas. Observa-se na TABELA 16 que os valores do referido índice estiveram próximos a 1,00 para todos os casos avaliados. Segundo Ewins (2000) valores acima de 0,80 representam uma boa correlação para os dados comparados, compreendendo uma correlação significativa (com pouca alteração) entre os modos de vibração das vigas danificadas em relação a viga íntegra. Nesse cenário, considerando a magnitude e a distribuição do dano proposto (ver item 3.2.2), analisar apenas o referido índice não é satisfatório para aferir a respeito de alterações na integridade do elemento avaliado. Além disso, o refinamento do incremento espacial não influenciou nos valores deste coeficiente, sendo irrelevante para esta etapa da pesquisa.

TABELA 16 – COEFICIENTE MAC PARA CADA CASO *versus* INCREMENTO ESPACIAL CONSIDERADO

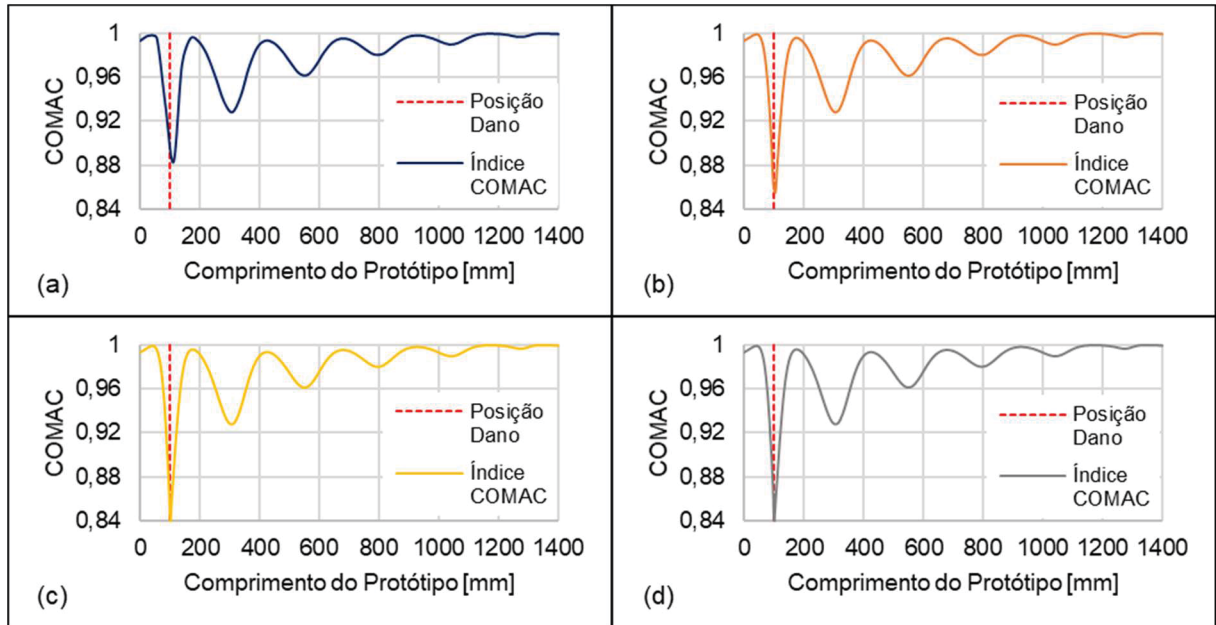
$\Delta x$ [mm]	Caso 1 (A = 100 mm)	Caso 2 (A = 350 mm)	Caso 3 (A = 525 mm)	Caso 4 (A = 700 mm)
28	0,984	0,991	0,994	0,996
7	0,983	0,990	0,994	0,996
3,5	0,983	0,990	0,994	0,996
1,75	0,983	0,990	0,994	0,996

FONTE: O autor (2020).

#### 4.1.3 Coeficiente COMAC

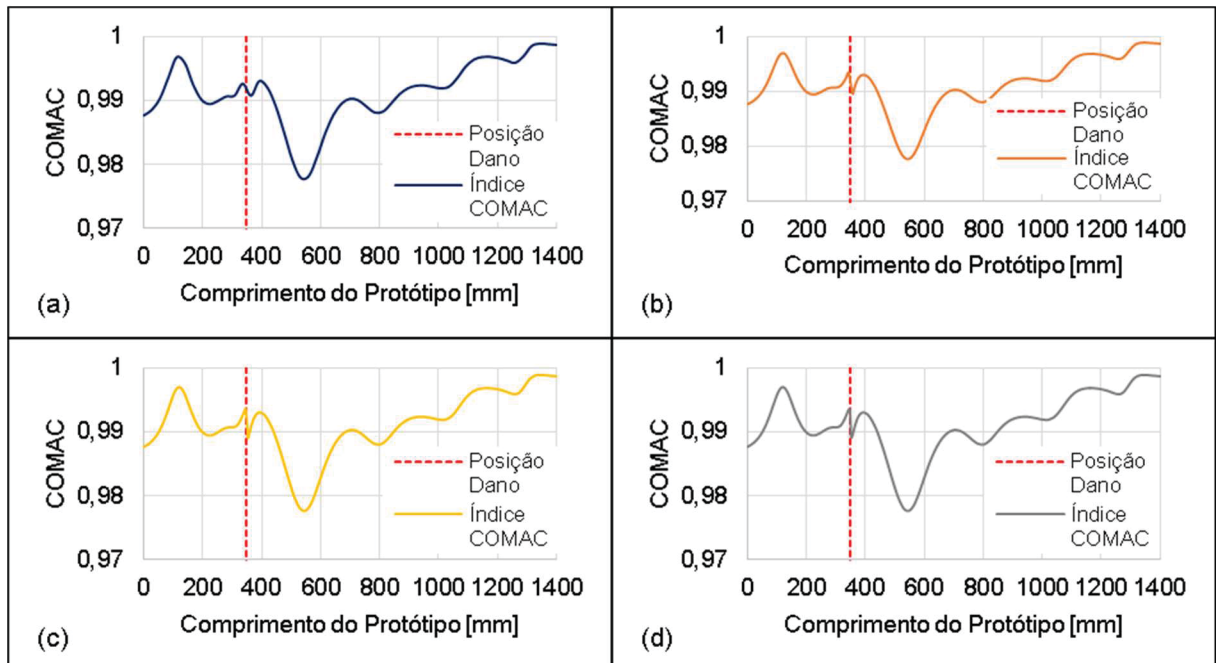
O coeficiente COMAC, compreendido como um coeficiente de localização da região danificada da estrutura (NDAMBI *et al.*, 2002), é apresentado graficamente na FIGURA 30 (para o caso 1), na FIGURA 31 (para o caso 2), na FIGURA 32 (para o caso 3) e na FIGURA 33 (para o caso 4). Nessas figuras, os itens, (a), (b), (c) e (d) representam, respectivamente, o incremento espacial ( $\Delta x$ ) de 28 mm, 7 mm, 3,5 mm e 1,75 mm em cada caso.

FIGURA 30 – COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 1 (DANO EM A = 100 mm) PARA (a)  $\Delta x = 28$  mm; (b)  $\Delta x = 7$  mm; (c)  $\Delta x = 3,5$  mm; E (d)  $\Delta x = 1,75$  mm



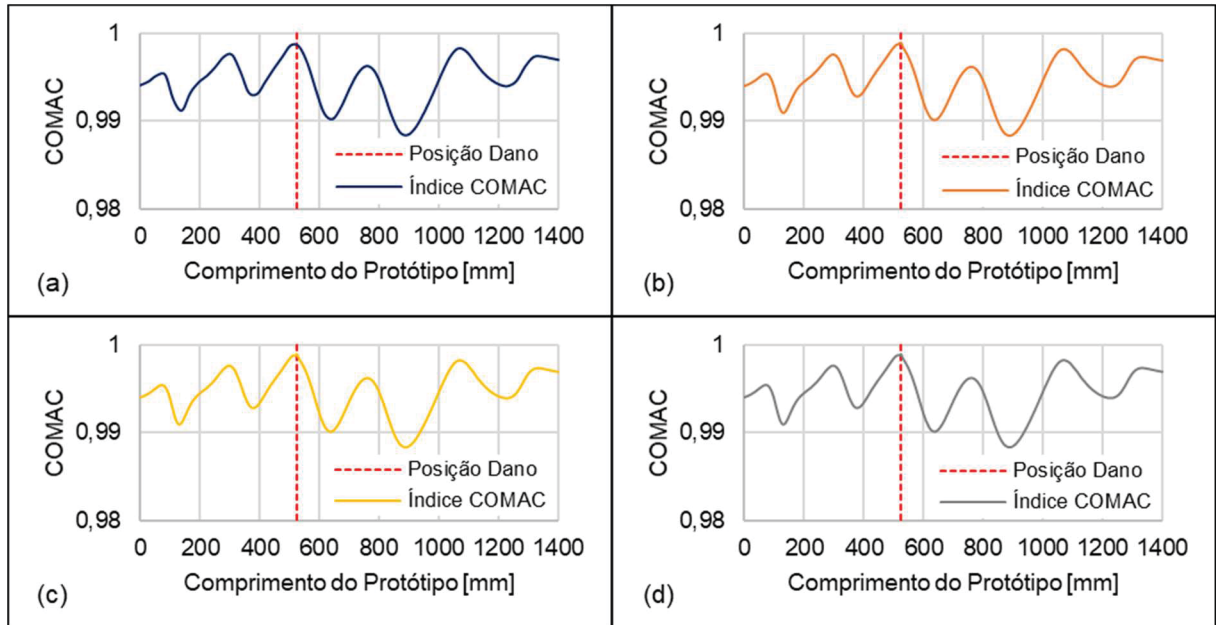
FONTE: O autor (2020).

FIGURA 31 – COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 2 (DANO EM A = 350 mm) PARA (a)  $\Delta x = 28$  mm; (b)  $\Delta x = 7$  mm; (c)  $\Delta x = 3,5$  mm; E (d)  $\Delta x = 1,75$  mm



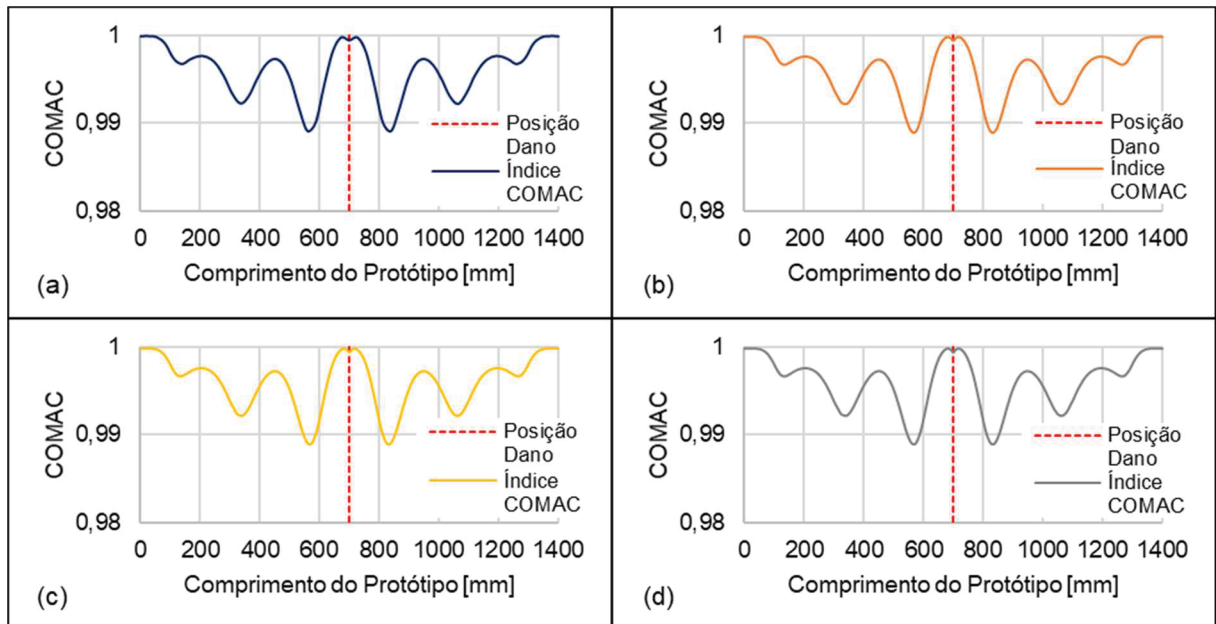
FONTE: O autor (2020).

FIGURA 32 – COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 3 (DANO EM A = 525 mm) PARA (a)  $\Delta x = 28$  mm; (b)  $\Delta x = 7$  mm; (c)  $\Delta x = 3,5$  mm; E (d)  $\Delta x = 1,75$  mm



FONTE: O autor (2020).

FIGURA 33 – COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 4 (DANO EM A = 700 mm) PARA (a)  $\Delta x = 28$  mm; (b)  $\Delta x = 7$  mm; (c)  $\Delta x = 3,5$  mm; E (d)  $\Delta x = 1,75$  mm



FONTE: O autor (2020).

Da FIGURA 30 a FIGURA 33, nota-se que os valores observados para o coeficiente COMAC em todos os casos analisados (assim como para o coeficiente MAC) apresentaram valores acima 0,80, denotando elevada correlação entre os dados analisados. Além disso, as regiões de indução do dano no modelo

computacional, não coincidem necessariamente com as regiões onde o coeficiente COMAC apresenta os menores valores, conforme sugerem Ndambi *et al.* (2002), Zhou (2006) e Genovese *et al.* (2009). Para avaliar essa relação, a TABELA 17 apresenta o menor valor do índice COMAC, a posição na estrutura associada e o erro percentual sobre a posição do dano para cada incremento espacial, em cada caso estabelecido.

TABELA 17 – VALOR DO MENOR ÍNDICE COMAC, SUA POSIÇÃO A (EM mm) E A VARIAÇÃO EM RELAÇÃO A POSIÇÃO DE INDUÇÃO DO DANO PARA CADA CASO E INCREMENTO ESPACIAL

Caso	$\Delta x = 28 \text{ mm}$			$\Delta x = 7 \text{ mm}$			$\Delta x = 3,5 \text{ mm}$			$\Delta x = 1,75 \text{ mm}$		
	Valor	Pos.	Erro	Valor	Pos.	Erro	Valor	Pos.	Erro	Valor	Pos.	Erro
1	0,883	112	12,0%	0,855	105	5,0%	0,839	102	1,5%	0,839	101,5	1,5%
2	0,978	532	52,0%	0,978	546	56,0%	0,978	546	56,0%	0,978	544,25	55,5%
3	0,988	896	70,7%	0,988	889	69,3%	0,988	889	69,3%	0,988	889	69,3%
4	0,989	840	20,0%	0,989	567	19,0%	0,989	567	19,0%	0,989	568,75	18,8%

FONTE: O autor (2020).

Ao avaliar a FIGURA 30 e a TABELA 17 (para o caso 1), nota-se que para o dano posicionado em  $A = 100 \text{ mm}$  o menor valor do índice COMAC correspondeu corretamente a região de indução do dano no modelo computacional. Para esse caso, todos os erros se mostraram menores do que o valor do incremento espacial. Por outro lado, nos demais casos avaliados (FIGURA 31, FIGURA 32 e FIGURA 33) a mesma relação de coincidência entre o menor valor do índice COMAC e a região de indução do dano não foi observada. Conforme apresentado na TABELA 17, para os casos 2, 3 e 4 o erro percentual médio em módulo foi de 55%, 70% e 19%, respectivamente. Ademais, o refinamento do incremento espacial não influenciou nos valores deste coeficiente, sendo pouco relevante para esta etapa da pesquisa.

Com base nos resultados gráficos (FIGURA 30 a FIGURA 33) e tabelados (TABELA 17) apresentados, nota-se que – para o protótipo de concreto armado avaliado – considerar o menor valor do coeficiente COMAC como metodologia de localização do dano não é uma abordagem que possa, em todos os casos propostos, localizar os danos de maneira eficiente.

Ao analisar os gráficos apresentados para os casos 1, 2 e 4 (FIGURA 30, FIGURA 31 e FIGURA 33, respectivamente) notam-se, na região de indução do dano no modelo computacional, descontinuidades na função que descreve o índice

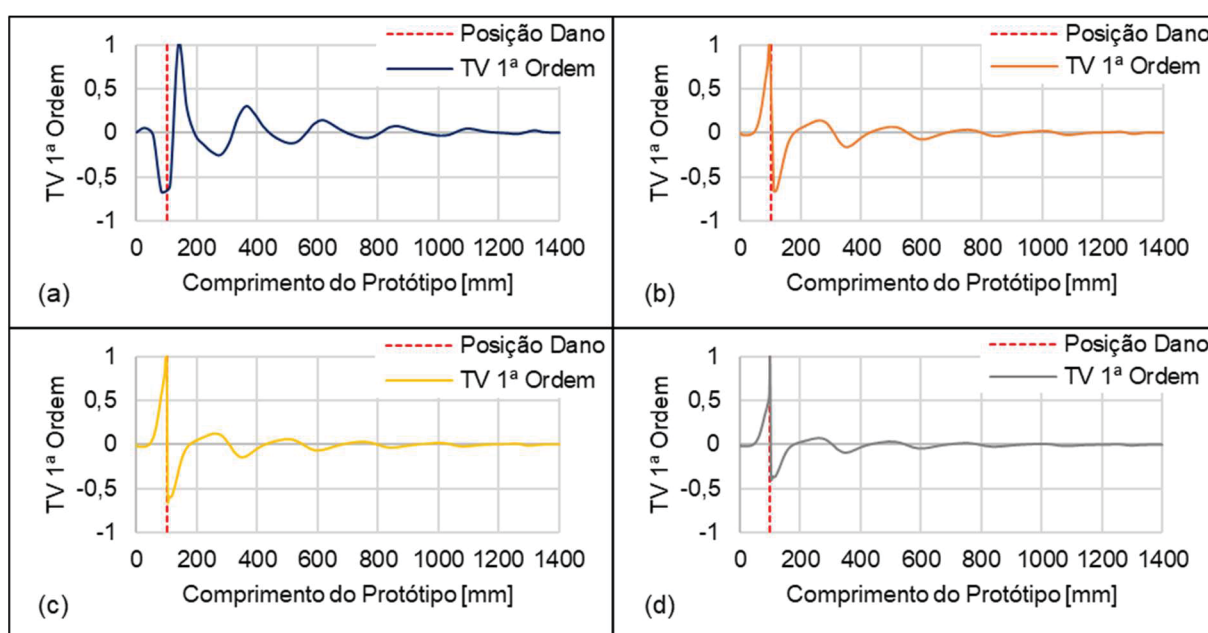
COMAC, independentemente do incremento espacial avaliado. Dessa forma, para compreender e localizar o comportamento dessas descontinuidades, foram aplicados conceitos matemáticos de taxa de variação aos autovetores COMAC. Os resultados desses conceitos, assim como sua análise, são apresentados nos itens 4.1.4 e 4.1.5.

#### 4.1.4 Taxa de variação de 1ª ordem para os autovetores COMAC

Com base nos resultados do coeficiente COMAC, apresentados no item 4.1.3, e com os conceitos de pós-processamento matemático, apresentados no item 3.2.2, foram avaliadas as taxas de variação de primeira ordem para esse coeficiente. Para todos os gráficos aqui apresentados a taxa de variação está normalizada, sendo o interesse restrito ao seu comportamento. Além disso, a linha vermelha tracejada indica a posição do dano inserido no modelo computacional.

A taxa de variação de primeira ordem sobre esse coeficiente é apresentada na FIGURA 34 (para o caso 1), na FIGURA 35 (para o caso 2), na FIGURA 36 (para o caso 3) e na FIGURA 37 (para o caso 4). Nessas figuras, os itens, (a), (b), (c) e (d) representam, respectivamente, o incremento espacial ( $\Delta x$ ) de 28 mm, 7mm, 3,5 mm e 1,75 mm em cada caso.

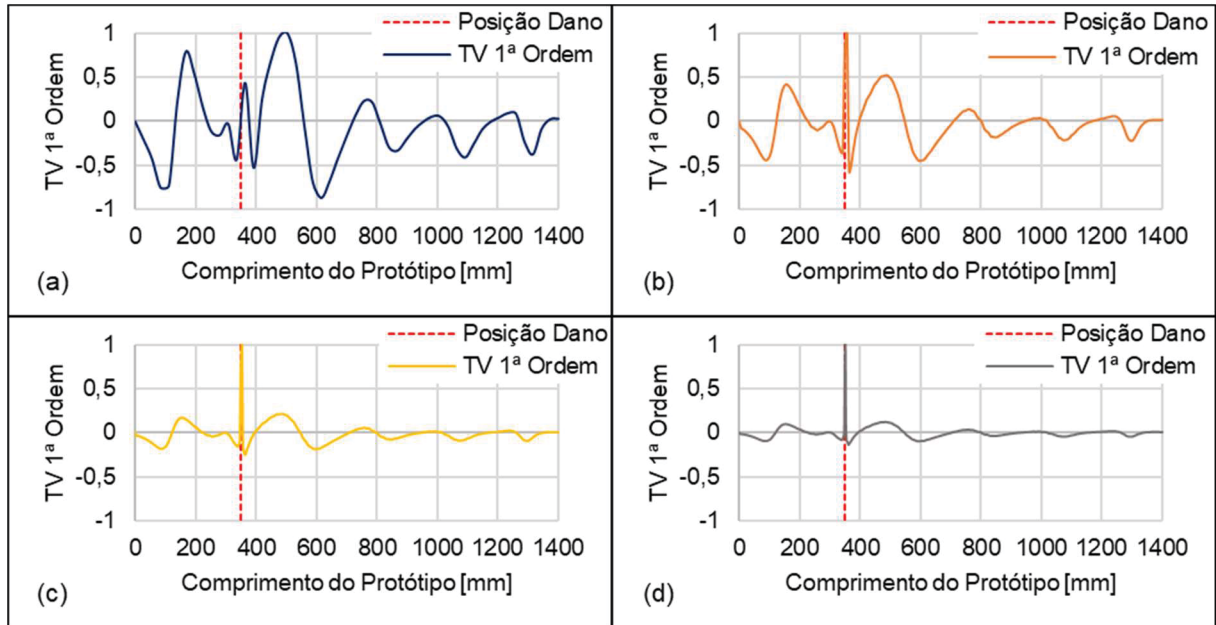
FIGURA 34 – TAXA DE VARIAÇÃO DE 1ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 1 (DANO EM A = 100 mm) PARA (a)  $\Delta x = 28$  mm; (b)  $\Delta x = 7$  mm; (c)  $\Delta x = 3,5$  mm; E (d)  $\Delta x = 1,75$  mm



FONTE: O autor (2020).

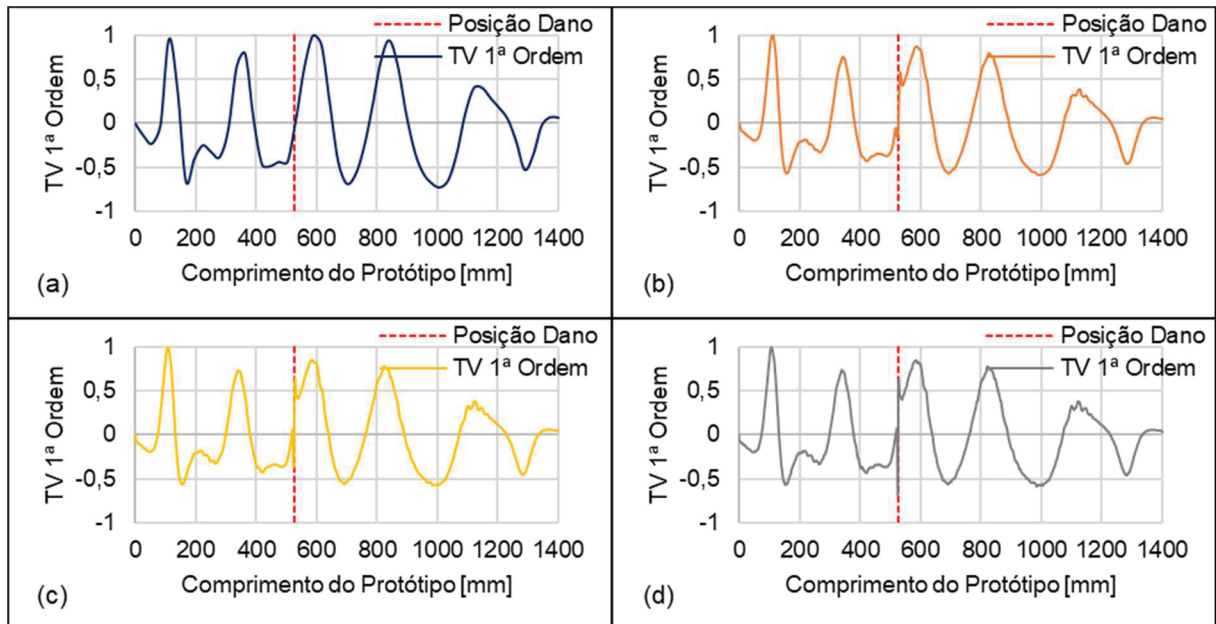


FIGURA 35 – TAXA DE VARIAÇÃO DE 1ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 2 (DANO EM A = 350 mm) PARA (a)  $\Delta x = 28$  mm; (b)  $\Delta x = 7$  mm; (c)  $\Delta x = 3,5$  mm; E (d)  $\Delta x = 1,75$  mm



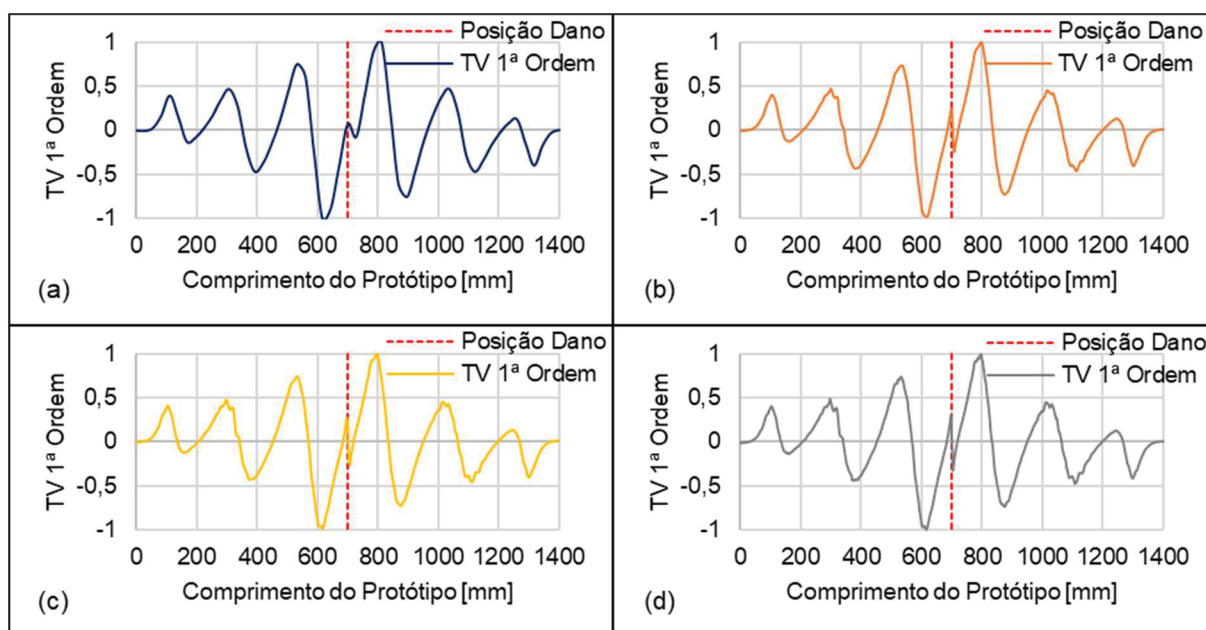
FONTE: O autor (2020).

FIGURA 36 – TAXA DE VARIAÇÃO DE 1ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 3 (DANO EM A = 525 mm) PARA (a)  $\Delta x = 28$  mm; (b)  $\Delta x = 7$  mm; (c)  $\Delta x = 3,5$  mm; E (d)  $\Delta x = 1,75$  mm



FONTE: O autor (2020).

FIGURA 37 – TAXA DE VARIAÇÃO DE 1ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 4 (DANO EM A = 700 mm) PARA (a)  $\Delta x = 28$  mm; (b)  $\Delta x = 7$  mm; (c)  $\Delta x = 3,5$  mm; E (d)  $\Delta x = 1,75$  mm



FONTE: O autor (2020).

Para os casos de localização do dano em regiões mais próximas das extremidades do protótipo (casos 1 e 2) a taxa de variação do coeficiente COMAC em primeira ordem (FIGURA 34 e FIGURA 35) apontou um pico evidente na região de indução do dano, principalmente para resoluções melhores (com  $\Delta x$  igual ou inferior a 7 mm). Para os casos de localização do dano em regiões centrais do protótipo (casos 3 e 4) não foram evidenciados picos na taxa de variação em primeira ordem desse coeficiente (FIGURA 36 e FIGURA 37). Por outro lado, as discontinuidades nessas funções se mostraram mais perceptíveis do que no índice COMAC (FIGURA 32 e FIGURA 33).

Além da análise gráfica, a localização do dano foi estimada também com base na região de máxima taxa de variação. Para a análise em primeira ordem, os valores estimados e os erros para cada caso são apresentados na TABELA 18.

TABELA 18 – LOCALIZAÇÃO DO DANO PARA TV DE 1ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC

Caso	$\Delta x = 28$ mm		$\Delta x = 7$ mm		$\Delta x = 3,5$ mm		$\Delta x = 1,75$ mm	
	Estimado	Erro	Estimado	Erro	Estimado	Erro	Estimado	Erro
1 (A = 100 mm)	140,00	40%	98,00	-2%	101,50	2%	99,75	0%
2 (A = 350 mm)	504,00	44%	357,00	2%	353,50	1%	351,75	1%
3 (A = 525 mm)	588,00	12%	112,00	-79%	108,50	-79%	106,75	-80%
4 (A = 700 mm)	812,00	16%	798,00	14%	798,00	14%	796,25	14%

FONTE: O autor (2020).

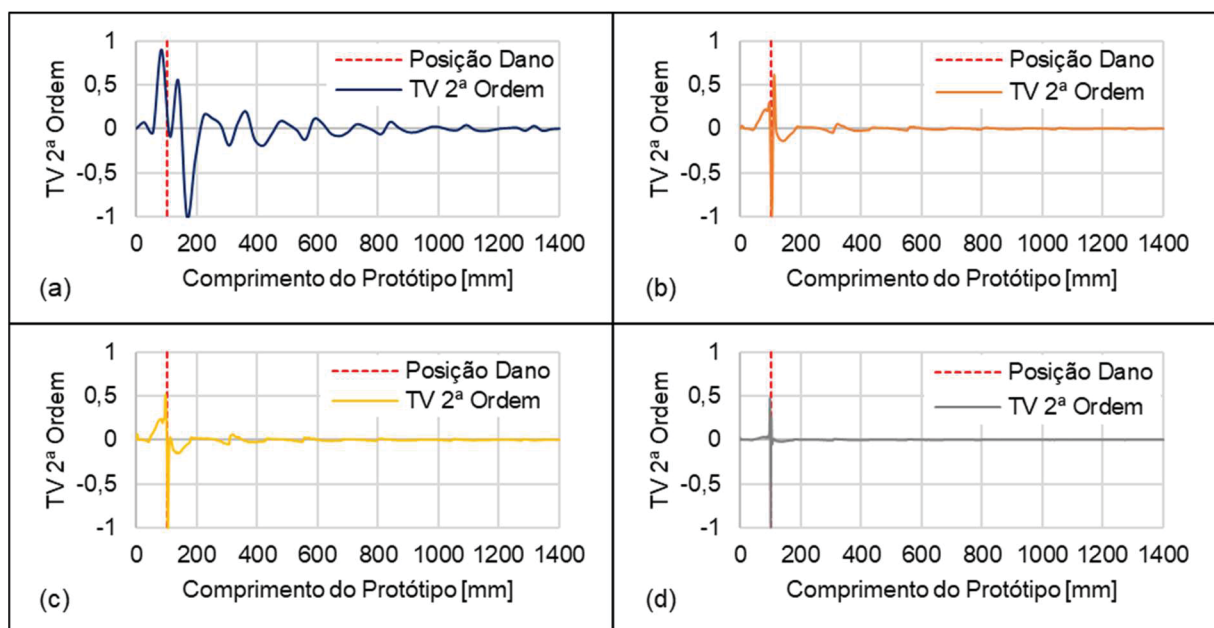


Com base nos resultados apresentados na TABELA 18, conclui-se que a taxa de variação em primeira ordem do coeficiente COMAC não apresenta, de modo geral, bons resultados na localização do dano. Para  $\Delta x = 7$  mm, 3,5 mm e 1,75 mm, foram obtidos resultados com baixo erro percentual na localização dos danos aplicados em regiões externas (casos 1 e 2), sendo o erro médio de 2%. Contudo, para regiões centrais da estrutura (para os mesmos incrementos espaciais) o erro médio percentual foi de 79% para o caso 3 e de 14% para o caso 4. Já para  $\Delta x = 28$  mm, nos danos em regiões externas (casos 1 e 2) o erro médio na localização do dano foi de 42%, enquanto em regiões centrais (casos 3 e 4) esse erro médio foi de 14%.

#### 4.1.5 Taxa de variação de 2ª ordem para os autovetores COMAC

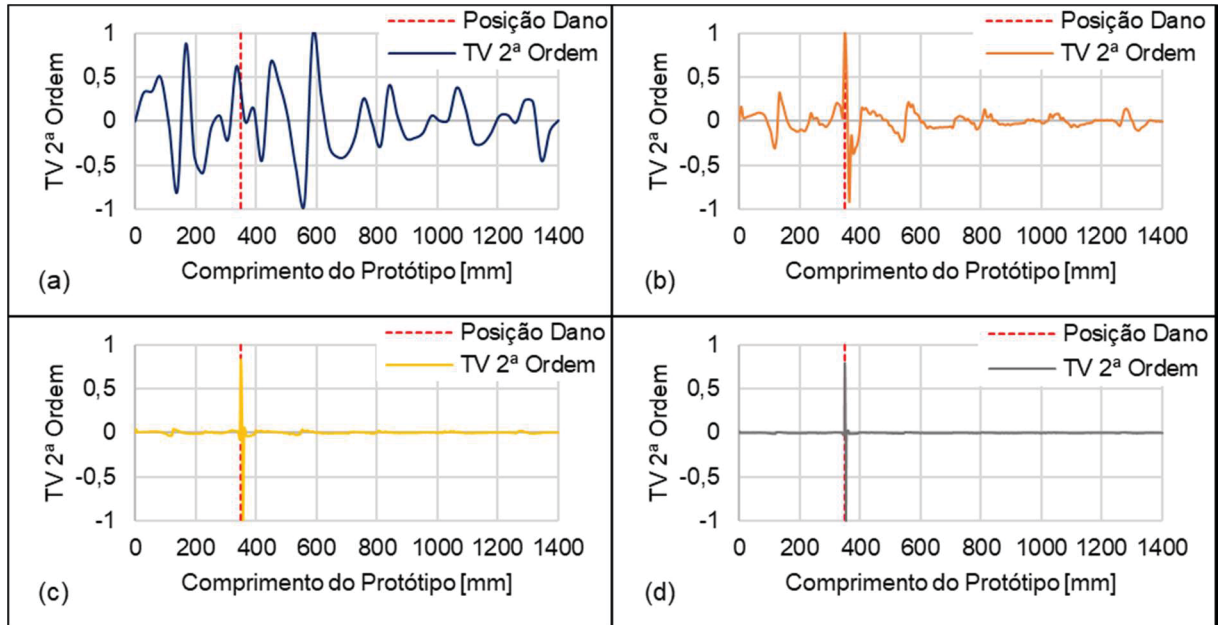
Com a finalidade de melhorar os resultados obtidos, foram gerados gráficos da taxa de variação do coeficiente COMAC em segunda ordem. A taxa de variação de segunda ordem sobre esse coeficiente é apresentada na FIGURA 38 (para o caso 1), na FIGURA 39 (para o caso 2), na FIGURA 40 (para o caso 3) e na FIGURA 41 (para o caso 4). Nessas figuras, os itens, (a), (b), (c) e (d) representam, respectivamente, o incremento espacial ( $\Delta x$ ) de 28 mm, 7 mm, 3,5 mm e 1,75 mm.

FIGURA 38 – TAXA DE VARIAÇÃO DE 2ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 1 (DANO EM A = 100 mm) PARA (a)  $\Delta x = 28$  mm; (b)  $\Delta x = 7$  mm; (c)  $\Delta x = 3,5$  mm; E (d)  $\Delta x = 1,75$  mm



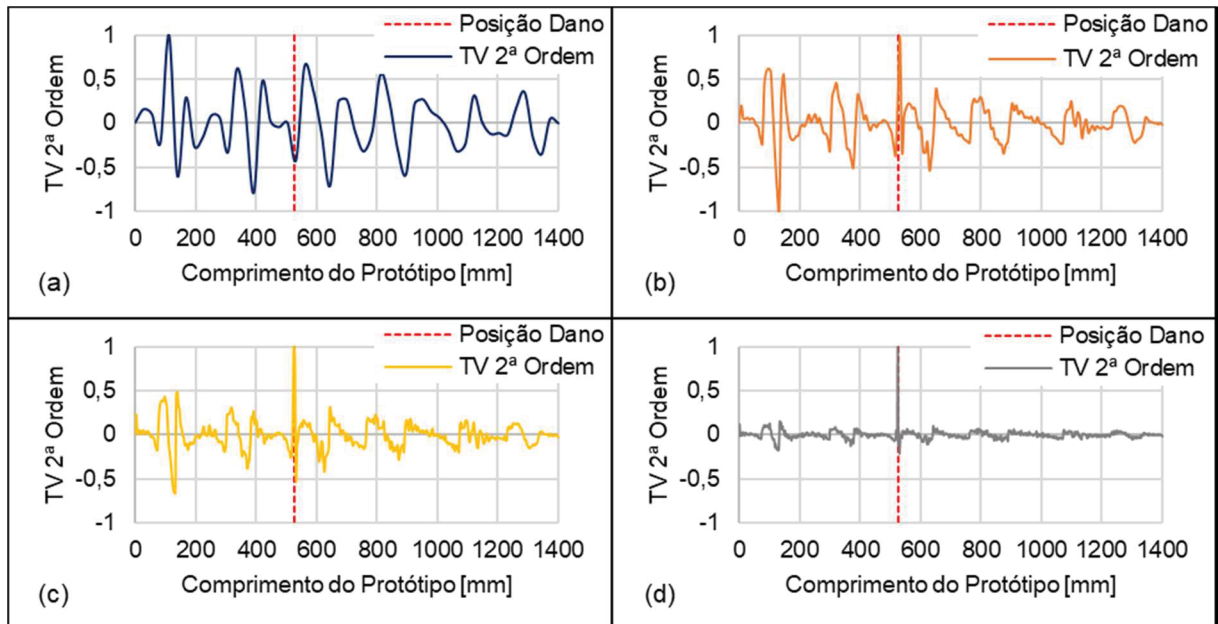
FONTE: O autor (2020).

FIGURA 39 – TAXA DE VARIAÇÃO DE 2ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 2 (DANO EM A = 350 mm) PARA (a)  $\Delta x = 28$  mm; (b)  $\Delta x = 7$  mm; (c)  $\Delta x = 3,5$  mm; E (d)  $\Delta x = 1,75$  mm



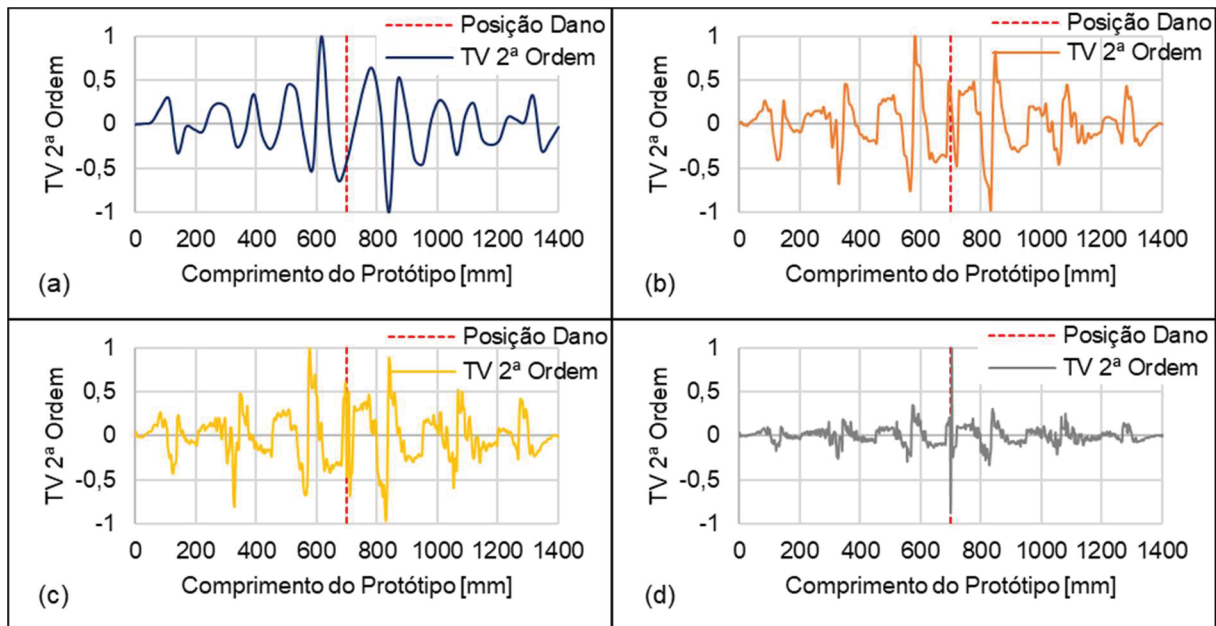
FONTE: O autor (2020).

FIGURA 40 – TAXA DE VARIAÇÃO DE 2ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 3 (DANO EM A = 525 mm) PARA (a)  $\Delta x = 28$  mm; (b)  $\Delta x = 7$  mm; (c)  $\Delta x = 3,5$  mm; E (d)  $\Delta x = 1,75$  mm



FONTE: O autor (2020).

FIGURA 41 – TAXA DE VARIAÇÃO DE 2ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC PARA O CASO 4 (DANO EM A = 700 mm) PARA (a)  $\Delta x = 28$  mm; (b)  $\Delta x = 7$  mm; (c)  $\Delta x = 3,5$  mm; E (d)  $\Delta x = 1,75$  mm



FONTE: O autor (2020).

Para os casos 1, 2 e 3 a taxa de variação do coeficiente COMAC em segunda ordem (FIGURA 38, FIGURA 39 e FIGURA 40) apontou um pico evidente na região de indução do dano, principalmente para incrementos espaciais mais refinadas (com  $\Delta x$  igual ou inferior a 7 mm). Para o caso 4, não foram evidenciados picos preponderantes na taxa de variação em segunda ordem na maioria dos incrementos espaciais ( $\Delta x$  de 28 mm, de 7 mm e de 3,5 mm) desse coeficiente (FIGURA 41). Por outro lado, as discontinuidades nessas funções se mostraram mais perceptíveis em relação a taxa de variação em primeira ordem para esse caso (FIGURA 37).

Além da análise gráfica, a localização do dano foi estimada também com base na região de máxima taxa de variação. Para a análise em segunda ordem, os valores estimados e os erros para cada caso são apresentados na TABELA 19.

TABELA 19 – LOCALIZAÇÃO DO DANO PARA TV DE 2ª ORDEM DO COEFICIENTE COMAC

Caso	$\Delta x = 28$ mm		$\Delta x = 7$ mm		$\Delta x = 3,5$ mm		$\Delta x = 1,75$ mm	
	Estimado	Erro	Estimado	Erro	Estimado	Erro	Estimado	Erro
1 (A = 100 mm)	112,00	12%	112,00	12%	101,50	2%	103,25	3%
2 (A = 350 mm)	112,00	-68%	364,00	4%	357,00	2%	353,50	1%
3 (A = 525 mm)	168,00	-68%	525,00	0%	528,50	1%	526,75	0%
4 (A = 700 mm)	868,00	24%	700,00	0%	700,00	0%	703,50	1%

FONTE: O autor (2020).

Com base nos resultados apresentados na TABELA 19, conclui-se que a taxa de variação em segunda ordem do coeficiente COMAC apresenta, para alguns incrementos espaciais, bons resultados na localização do dano. Para  $\Delta x = 3,5$  mm e  $\Delta x = 1,75$  mm, o erro percentual na localização do dano foi, no máximo, de 3%, revelando esses incrementos espaciais como adequados para a localização de danos no protótipo de concreto armado proposto – independentemente da posição do dano na estrutura. Já para  $\Delta x = 28$  mm, o erro percentual médio foi de 43%, estabelecendo a incapacidade de uso desse valor de incremento espacial em localizar o dano nas condições apresentadas e baseado na taxa de variação em segunda ordem.

#### 4.1.6 Resumo dos resultados obtidos na Análise Modal do Protótipo

Neste item são apresentados, de forma resumida, os principais resultados do presente estudo com vistas à análise modal do protótipo.

Para os modelos danificados do protótipo, em todos os casos de análise, as frequências naturais apresentaram reduções (3,53%, em média) em função da redução na rigidez da estrutura. De todo modo, esse parâmetro modal isolado não se mostrou capaz de identificar e localizar os danos.

O coeficiente MAC, como produto da correlação dos cinco primeiros modos de vibração da estrutura, apresentou valores variando entre 98,4% e 99,6% de correlação entre os dados do protótipo íntegro e danificado. Assim, o referido índice não se mostrou capaz de identificar os danos propostos.

O coeficiente COMAC, à semelhança do coeficiente MAC, apresentou valores de correlação altos para todos os casos propostos – acima 84,0%. Ainda assim, foi possível analisar o comportamento gráfico deste índice ao longo da estrutura. Inicialmente notou-se que a região gráfica de menor valor do coeficiente COMAC (para todos os casos analisados) não representa a região danificada da estrutura, como sugerem algumas referências (vide 4.1.3). Além disso, foram observadas algumas descontinuidades nos gráficos deste índice próximos às regiões danificadas que revelaram a necessidade de serem realizadas etapas posteriores de análise. Com base nos gráficos do coeficiente COMAC foram geradas análises da taxa de variação desse coeficiente tanto em 1ª como em 2ª ordem.

Para os gráficos da taxa de variação de 1ª ordem são observadas boas estimativas visuais para a localização dos danos em função das descontinuidades observadas – com exceção dos resultados para o incremento espacial de 28 mm. Contudo, a análise numérica desses dados – baseada na máxima diferença da taxa de variação – não apresentou resultados satisfatórios especialmente para o caso 3. Foi notado para este caso um erro médio de 79% na localização da posição do dano. Assim, esta etapa de análise não se mostrou capaz de localizar os danos propostos.

Para os gráficos da taxa de variação em 2ª ordem são observadas estimativas visuais ainda melhores para a localização dos danos em função das descontinuidades observadas. Além disso, a análise numérica desses dados apresenta um erro máximo de 12% para o incremento espacial de 7 mm e erros ainda menores para os incrementos de 3,5 mm e 1,75 mm. O incremento espacial de 28 mm, mesmo na análise da taxa de variação em 2ª ordem, apresentou erros significativos para localização de danos (de até 68%). Assim, esta etapa de análise se mostrou capaz de localizar os danos propostos na estrutura de modo satisfatório, desde que o incremento espacial sejam igual ou inferior a 7 mm.

## 4.2 ANÁLISE MODAL DO POSTE

Neste item são apresentados os resultados da análise modal referente ao modelo computacional adotado neste trabalho para o poste de concreto armado, conforme metodologia apresentada no item 3.3. Foram desenvolvidas análises paramétricas da influência de fatores como o tipo de solo, a cota de engastamento e danos na região de engastamento. No final deste item é apresentado um resumo dos resultados encontrados para a análise modal do poste.

### 4.2.1 Influência do Tipo de Solo

Inicialmente, a análise modal para o poste de concreto armado foi realizada com base na avaliação do comportamento das frequências naturais da estrutura considerando diferentes tipos de solo empregados no engastamento. Para os valores de referência do coeficiente de rigidez dos solos considerados nessa pesquisa, foram extraídos do modelo computacional as dez primeiras frequências naturais para cada coeficiente de rigidez associado, onde cinco valores de frequência natural estão

associados a modos de vibração que ocorrem em cada sentido inercial principal. Para os resultados apresentados a seguir, os sentidos de maior e de menor inércia são denominados, respectivamente, de lado A e lado B - onde essas nomenclaturas são definidas pelas características geométricas do poste duplo T (vide FIGURA 16).

Tendo como base a classificação de solos sugerida na TABELA 12, foram modelados 14 casos referentes aos diferentes tipos de solo estabelecidos. Vale ressaltar que as simulações foram realizadas para um poste íntegro e com cota de engastamento em concordância com as recomendações normativas ( $L_e = 1,65$  m). O comportamento das primeiras frequências naturais, para cada coeficiente de rigidez avaliado, é apresentado na TABELA 20. Nessa tabela também são apresentadas as frequências naturais para a estrutura em suspensão (livre-livre) e para a estrutura considerando um engaste de base perfeito (eng-livre).

Como indicado na TABELA 20, o engastamento do poste (seja em solo ou com um engaste de base perfeito) leva ao surgimento de duas frequências naturais do poste associadas a modos de vibração (com apenas um nó modal) que não são observados no comportamento de movimento livre-livre do elemento (1ª frequência natural tanto no lado A como no lado B). Esse fenômeno ocorre em função da restrição ao movimento que surge do engastamento do poste, alterando as suas condições de apoio. O surgimento dessas duas frequências naturais também pode ser observado na configuração espacial dos modos de vibração do poste, conforme ilustrado na FIGURA 42, onde a escala de cores varia de azul escuro (ausência de deslocamento) ao vermelho (máximo deslocamento local).

Os dois primeiros modos de vibração que são evidenciados com poste engastado são condições nas quais a estrutura vibra com apenas um nó modal, sendo este nó localizado na própria região do engaste. Consequentemente, apesar de serem modos de vibração distintos, o primeiro modo de vibração da estrutura em uma condição livre-livre e o segundo modo de vibração da estrutura engastada possuem comportamento de vibração parecidos. Isso ocorre pois ambos denotam a presença de dois nós modais em seu deslocamento modal.

Ao observar o comportamento dos modos de vibração do poste na FIGURA 42 nota-se que estes ocorrem em pares. Ocorrem dois modos de vibração com um nó modal, dois modos de vibração com dois nós modais e assim sucessivamente. Esse fenômeno é observado tanto para a estrutura engastada em solo como para a estrutura em suspensão. Ressalta-se, porém, que para a estrutura em suspensão o



modo de vibração com apenas um nó modal não ocorre – conforme já discutido. Desse comportamento é possível aferir ainda que os modos de vibração do lado A ocorrem transversalmente com a rotação em torno do eixo de menor inércia (com menor rigidez e menores valores de frequência natural) e os modos de vibração do lado B com rotação transversal na direção de maior inércia.

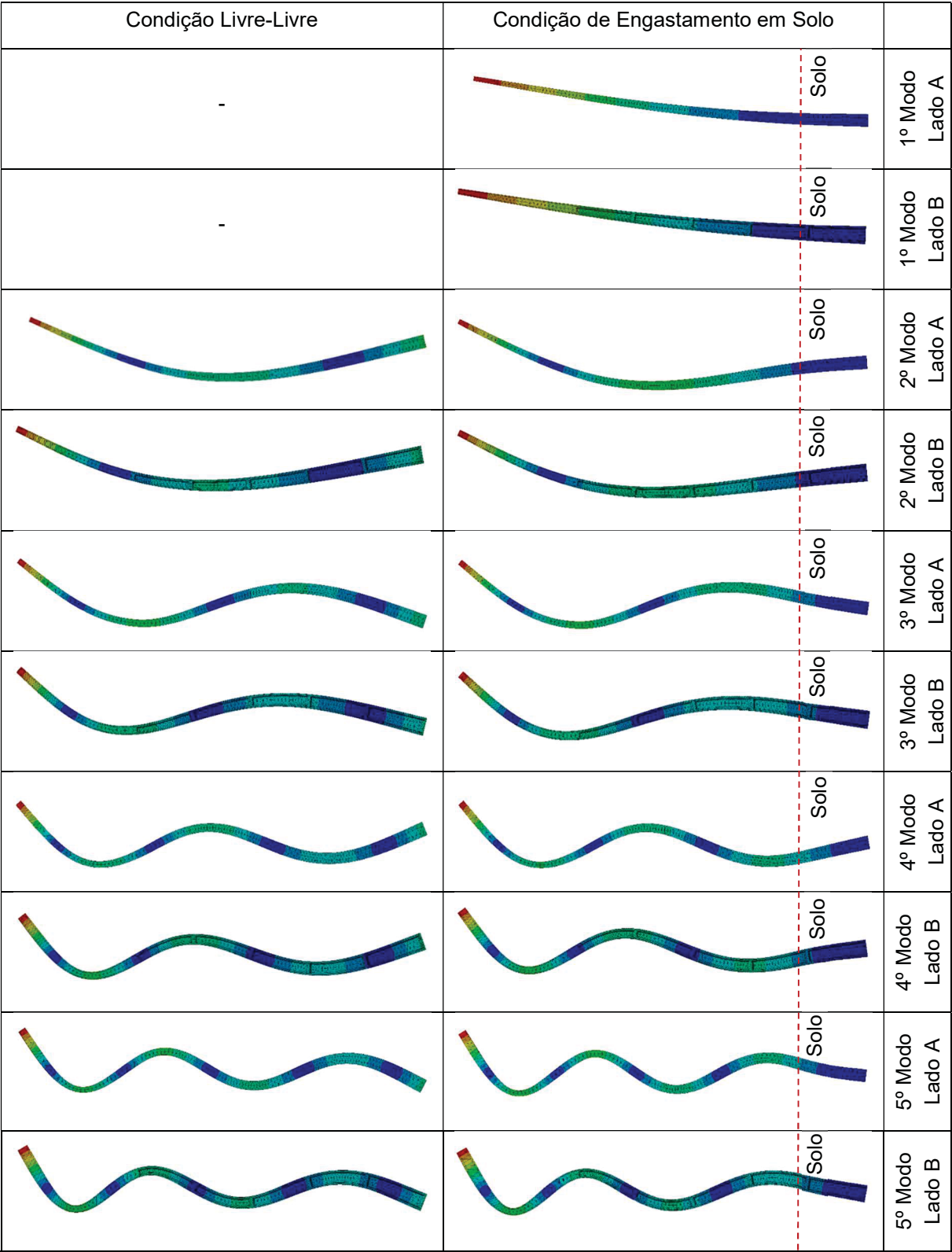
TABELA 20 – VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DO TIPO DE SOLO

Solo	$K_s$	1º Modo - A		1º Modo - B		2º Modo - A		2º Modo - B		3º Modo - A	
	[kg/cm³]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]
	Livre-livre	-	-	-	-	7,70	87,35	13,82	85,69	21,19	94,68
Arenoso	0,5	1,10	55,67	1,42	35,27	7,00	79,40	11,92	73,86	18,44	82,40
	1	1,40	71,09	1,92	47,69	7,46	84,62	12,48	77,38	20,13	89,93
	1,5	1,58	79,93	2,25	56,03	7,80	88,48	12,85	79,63	20,81	92,97
Argiloso	2	1,69	85,75	2,50	62,24	8,07	91,55	13,15	81,48	21,28	95,10
	3	1,84	93,01	2,86	71,07	8,48	96,18	13,64	84,57	22,00	98,30
	4	1,92	97,38	3,10	77,14	8,77	99,51	14,05	87,11	22,55	100,74
	5	1,98	100,30	3,28	81,59	8,99	102,01	14,40	89,25	22,98	102,69
	6	2,02	102,41	3,42	85,01	9,16	103,96	14,70	91,09	23,34	104,30
Siltoso	8	2,08	105,24	3,61	89,94	9,41	106,81	15,18	94,09	23,90	106,80
	10	2,12	107,06	3,75	93,31	9,59	108,79	15,56	96,43	24,32	108,65
Cascalho	12	2,14	108,35	3,85	95,78	9,72	110,25	15,86	98,30	24,63	110,07
	15	2,17	109,71	3,95	98,44	9,86	111,86	16,21	100,48	25,00	111,68
	20	2,20	111,16	4,07	101,33	10,02	113,66	16,63	103,09	25,41	113,54
	25	2,22	112,10	4,15	103,19	10,12	114,85	16,92	104,90	25,70	114,82
Eng-Livre		1,98	100,00	4,02	100,00	8,81	100,00	16,13	100,00	22,38	100,00
Solo	$K_s$	3º Modo - B		4º Modo - A		4º Modo - B		5º Modo - A		5º Modo - B	
	[kg/cm³]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]
	Livre-livre	35,53	94,55	40,65	97,15	67,44	97,62	65,60	98,01	109,27	99,28
Arenoso	0,5	25,64	68,23	26,12	62,42	38,20	55,30	41,66	62,25	68,22	61,98
	1	30,84	82,08	33,21	79,36	43,81	63,42	43,34	64,76	69,22	62,90
	1,5	32,53	86,58	37,49	89,60	50,08	72,50	46,51	69,49	70,59	64,13
Argiloso	2	33,35	88,74	39,45	94,26	55,29	80,04	50,88	76,03	72,52	65,89
	3	34,28	91,24	41,12	98,27	61,65	89,25	59,18	88,42	78,55	71,37
	4	34,92	92,93	42,07	100,53	64,43	93,27	64,51	96,39	86,11	78,24
	5	35,43	94,30	42,78	102,22	65,95	95,48	66,93	100,01	93,32	84,79
	6	35,87	95,47	43,36	103,62	66,94	96,90	68,27	102,00	99,32	90,24
Siltoso	8	36,61	97,43	44,29	105,83	68,32	98,91	69,97	104,54	106,67	96,92
	10	37,21	99,03	45,00	107,54	69,36	100,40	71,18	106,35	109,88	99,84
Cascalho	12	37,72	100,38	45,57	108,90	70,20	101,63	72,15	107,80	111,68	101,47
	15	38,35	102,05	46,24	110,49	71,26	103,15	73,31	109,53	113,47	103,10
	20	39,14	104,17	47,03	112,38	72,63	105,14	74,72	111,65	115,56	105,00
	25	39,73	105,74	47,58	113,71	73,68	106,67	75,74	113,16	117,12	106,41
Eng-Livre		37,57	100,00	41,85	100,00	69,08	100,00	66,93	100,00	110,06	100,00

FONTE: O autor (2020).



FIGURA 42 – COMPARAÇÃO DOS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE ENTRE UMA CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE E UMA CONDIÇÃO DE ENGASTAMENTO EM SOLO



FONTE: O autor (2020).

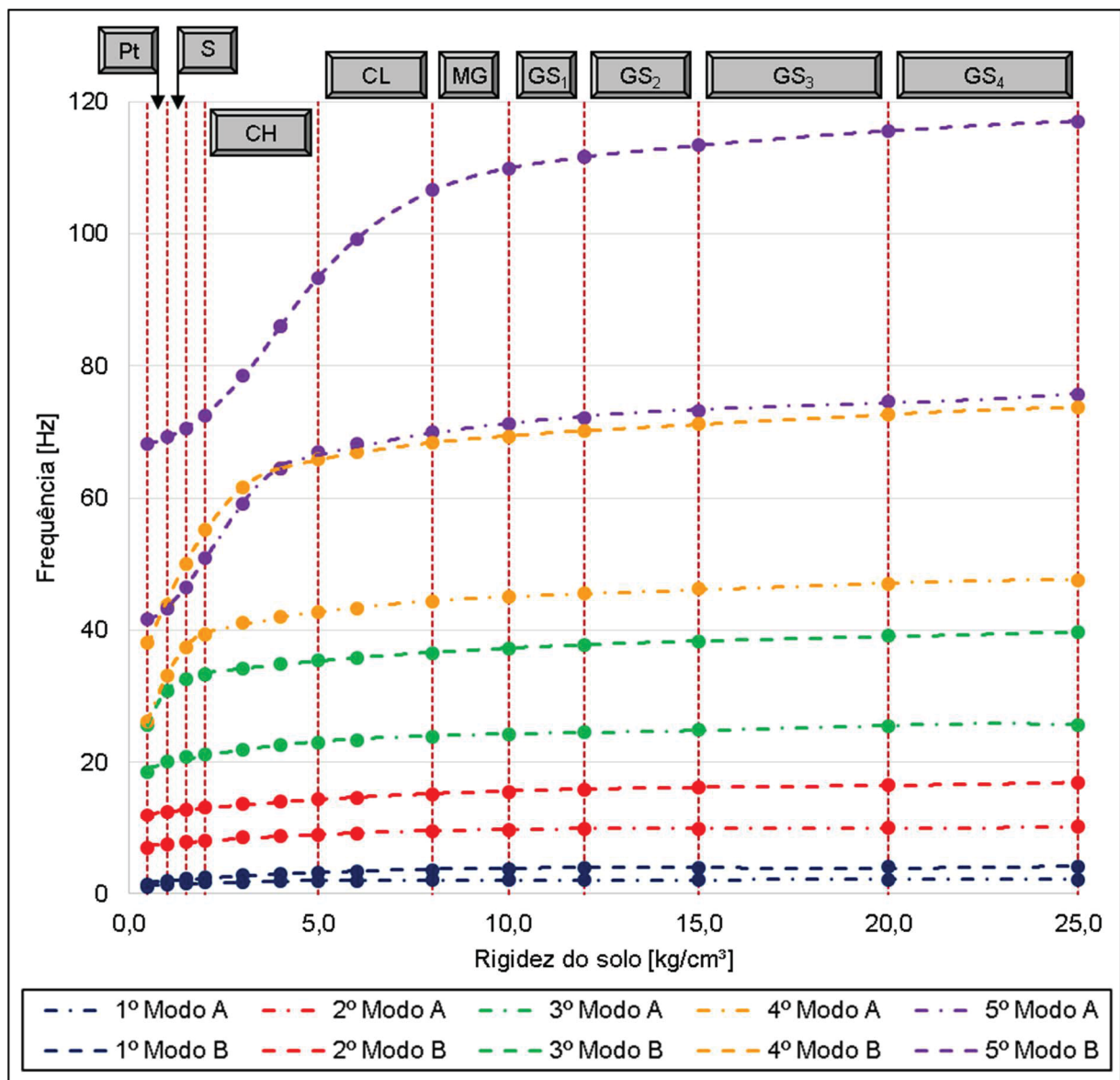
Analisando ainda os resultados apresentados na TABELA 20, não é possível definir, como esperado, um comportamento padrão que relacione as frequências do poste em suspensão e as frequências do poste engastado em solo. Por outro lado, a comparação entre as frequências do poste com engaste de base perfeito e do poste engastado em solo sugere uma forma de correlação entre as estruturas, que é fruto das rigidezes dos dois sistemas comparados. Para as frequências que ocorrem na direção A (para modos de vibração relativos a menor direção inercial) o poste com engaste de base perfeito se assemelha em valores ao poste enterrado em solo argiloso (com coeficiente de rigidez entre 4 e 5 kgf/cm<sup>3</sup>). Já para as frequências que ocorrem na direção B (para modos de vibração relativos a maior direção inercial) as frequências desta estrutura com engaste de base perfeito se assemelham em valores a uma condição de engastamento em solo de cascalho-siltoso (com coeficiente de rigidez entre 10 e 15 kgf/cm<sup>3</sup>). Na TABELA 20 a comparação aqui mencionada pode ser observada pelos dados destacados em negrito, em que as frequências naturais para o poste engastado em solo mais se aproximam desses valores para um engastamento de base perfeito para o mesmo modo de vibração.

Os resultados exibidos na TABELA 20 são apresentados também graficamente pela FIGURA 43. Para composição da FIGURA 43, os valores das frequências são apresentados pelo conjunto de pontos, enquanto as linhas de tendência indicam a qual modo de vibração as frequências naturais são equivalentes. Graficamente, as frequências são separadas em cores com base no número de nós modais do respectivo modo de vibração (conforme comportamento observado e discutido pela FIGURA 42). Assim, as curvas em azul, vermelho, verde, amarelo, e roxo representam, respectivamente, os modos de vibração com apenas um nó modal, com dois nós modais, com três nós modais, com quatro nós modais e com cinco nós modais. Além disso, as curvas tracejadas representam os modos de vibração com rotação entorno da maior direção inercial (lado A) e as curvas traço-ponto representam os modos de vibração com rotação entorno da menor direção inercial (lado B). Por fim, as linhas verticais tracejadas em bordô indicam as faixas de solo de interesse, conforme padrão estabelecido na TABELA 12.

Ao avaliar as curvas de frequência natural em função do coeficiente de rigidez do solo, algumas informações de interesse são reveladas. Inicialmente, a FIGURA 43 indica que o tipo de solo, apesar da alta influência relativa apresenta pouca influência absoluta nas primeiras frequências naturais observadas. Para as duas primeiras

frequências naturais se observa, entre solos de menor e maior rigidez, uma variação relativa de até 2,01 e 2,93 vezes, respectivamente. Contudo, essa variação absoluta se reduz a 1,12 Hz e 2,73 Hz no mesmo espectro considerado – primeira frequência natural nos lados A e B, respectivamente. Assim, ao projetar o uso dessas informações em medições experimentais, essas variações são consideradas de pouca relevância uma vez que, ao depender do instrumento de medição empregado, podem estar dentro dos limites de erro do equipamento. Esse é o caso da precisão dos equipamentos de medição dos ensaios experimentais realizados no P&D 0040-0020/2016, conforme detalhado no item 3.4.

FIGURA 43 – COMPORTAMENTO DAS DEZ PRIMEIRAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DO POSTE CONFORME VARIAÇÃO DO SOLO DE ENGASTAMENTO



FONTE: O autor (2020).

Quando são avaliadas as frequências superiores da FIGURA 43, nota-se que o tipo de solo passa a ter uma menor influência relativa e uma maior influência absoluta sobre a variação desse parâmetro. Para a quinta frequência natural (lados A e B) se observa, entre solos de menor e maior rigidez, uma variação relativa de até 1,82 e 1,72 vezes, respectivamente. Por outro lado, essa variação absoluta é de 34,08 Hz e 48,90 Hz para análises das mesmas frequências naturais. Além disso se observa, avaliando apenas uma curva de frequência, que solos com menor coeficiente de rigidez levam a maiores variações no valor da frequência natural, independentemente da curva avaliada.

As possíveis variações nos valores das frequências denotam outra particularidade, tendo em vista a realização de medições experimentais. Como, em geral, não são medidos os modos de vibração em campo, o não conhecimento do tipo de solo no qual são realizados os ensaios pode levar a análise de valores de frequência que não são equivalentes. Considerando uma medição experimental de frequência de 40 Hz, sem o conhecimento do coeficiente de rigidez do solo e com base nos dados da FIGURA 43, este parâmetro pode ser atribuído tanto ao terceiro modo de vibração ocorrendo no lado B para um solo de cascalho grosso como para o quarto modo de vibração ocorrendo no lado A para um solo arenoso ou argiloso úmido. Tal interpretação potencialmente equivocada ainda se reforça na comparação do quarto modo de vibração do lado B com o quinto modo de vibração do lado A do poste de concreto armado. Neste caso, as frequências são próximas em todo o espectro de rigidezes do solo avaliado.

Cabe ressaltar ainda que, para estes modos de vibração (quarto no lado B e quinto no lado A), o fato de o valor das frequências naturais associadas ora ser maior para um e ora ser maior para o outro – à depender da rigidez do solo – não se mostra um equívoco conceitual. Como mencionado anteriormente, os modos de vibração do lado A dizem respeito à deslocamentos com rotação em torno do eixo de menor direção inercial do poste com seção duplo T, enquanto os modos de vibração do lado B dizem respeito à deslocamentos com rotação em torno do eixo de maior direção inercial. Desse modo, o quarto modo de vibração do lado B possui quatro nós modais na direção de maior inércia enquanto o quinto modo de vibração do lado A possui cinco nós modais na direção contrária.

Outro resultado importante, relacionado aos dados apresentados na FIGURA 43, diz respeito ao comportamento entre os modos de vibração equivalentes nas duas direções inerciais principais. Graficamente, nota-se um padrão crescente na diferença entre os valores de frequência para um mesmo modo de vibração, na menor e na maior inércia. Para a primeira frequência natural essa diferença é de até 2 Hz, para a segunda frequência essa diferença é de até 7 Hz, e assim sucessivamente, levando a uma diferença de até 41 Hz para a quinta frequência (entre os lados A e B). Inicialmente, tal comportamento havia sido compreendido como consequência do engastamento em solo e do aumento de deslocamento do poste na região de engastamento para modos de vibração superiores, com o surgimento de uma quantidade maior de nós modais. Contudo, tendo sido observado o mesmo padrão de comportamento também para a estrutura em seu estado livre-livre e para a estrutura com um engaste de base perfeito, a teoria sugerida em função do engastamento em solo foi refutada. Assim, explica-se essa relação entre as frequências de modos de vibração equivalentes exclusivamente pela diferença de rigidez nas duas direções principais.

Tendo em vista o interesse futuro de realizar avaliações modais dessa estrutura em campo, do comportamento modal teórico do poste (vide FIGURA 43) foi possível desenvolver ainda equações polinomiais (de até quarto grau) de estimativa das frequências naturais com elevado coeficiente de determinação ( $R^2$ ), baseadas no coeficiente de rigidez do solo. Como as curvas de frequência (principalmente para os modos de vibração superiores) apresentam um comportamento irregular, em alguns casos foi necessário o uso de um ajuste por equações compostas. Buscando um coeficiente de determinação superior à 0,95, as equações propostas possuem graus distintos entre si. As equações sugeridas, bem como seu domínio de validade e o coeficiente de determinação associados são apresentadas na TABELA 21.

Como os coeficientes apresentados na TABELA 21 são próximos de 1,0 (correlação ótima), entende-se as equações propostas como representativas para estimar as frequências naturais do poste para as condições estabelecidas.

TABELA 21 – EQUAÇÕES DE ESTIMATIVA DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA UM POSTE ÍNTEGRO EM FUNÇÃO DO COEFICIENTE DE RIGIDEZ DO SOLO

Freq.	$< k_s <$ [kgf/cm <sup>3</sup> ]	Equação	R <sup>2</sup>
1ª - A	0,5 a 25,0	$\omega_{01} = -3E-05.k_s^4 + 0,002.k_s^3 - 0,0415.k_s^2 + 0,3516.k_s + 1,0648$	0,9708
1ª - B	0,5 a 25,0	$\omega_{02} = 0,0007.k_s^3 - 0,0315.k_s^2 + 0,4886.k_s + 1,4913$	0,9735
2ª - A	0,5 a 25,0	$\omega_{03} = 0,0007.k_s^3 - 0,0333.k_s^2 + 0,537.k_s + 6,9966$	0,9844
2ª - B	0,5 a 25,0	$\omega_{04} = 0,0006.k_s^3 - 0,0338.k_s^2 + 0,6545.k_s + 11,856$	0,9954
3ª - A	0,5 a 25,0	$\omega_{05} = -0,0001.k_s^4 + 0,0078.k_s^3 - 0,166.k_s^2 + 1,6049.k_s + 18,377$	0,9835
3ª - B	0,5 a 2,0	$\omega_{06} = 3,5053.k_s^3 - 17,536.k_s^2 + 30,576.k_s + 14,295$	0,9976
	2,0 a 25,0	$\omega_{06} = 0,0006.k_s^3 - 0,0373.k_s^2 + 0,8358.k_s + 32,011$	1,0000
4ª - A	0,5 a 2,0	$\omega_{07} = -5,138.k_s^2 + 21,695.k_s + 16,582$	0,9975
	2,0 a 25,0	$\omega_{07} = -0,0001.k_s^4 + 0,0073.k_s^3 - 0,1725.k_s^2 + 1,9849.k_s + 36,315$	0,9999
4ª - B	0,5 a 4,0	$\omega_{08} = -1,8948.k_s^2 + 16,154.k_s + 30,198$	0,9991
	4,0 a 25,0	$\omega_{08} = -0,0001.k_s^4 + 0,0094.k_s^3 - 0,2327.k_s^2 + 2,8345.k_s + 56,37$	0,9986
5ª - A	0,5 a 4,0	$\omega_{09} = -0,7592.k_s^3 + 5,1735.k_s^2 - 2,8914.k_s + 41,87$	0,9910
	4,0 a 25,0	$\omega_{09} = 0,0021.k_s^3 - 0,1185.k_s^2 + 2,3656.k_s + 57,413$	0,9999
5ª - B	0,5 a 4,0	$\omega_{10} = 1,0802.k_s^2 + 0,2753.k_s + 67,8$	0,9994
	4,0 a 12,0	$\omega_{10} = 0,0434.k_s^3 - 1,5232.k_s^2 + 18,552.k_s + 33,408$	0,9998
	12,0 a 25,0	$\omega_{10} = -0,0146.k_s^2 + 0,9548.k_s + 102,36$	0,9997

FONTE: O autor (2020).

#### 4.2.2 Influência da Cota de Engastamento

A análise modal do poste de concreto armado em função da cota de engastamento foi realizada para dois tipos de solo: para um solo argiloso ( $k_s = 5,0$  kg/cm<sup>3</sup>) e para um solo arenoso ( $k_s = 1,5$  kg/cm<sup>3</sup>). Os resultados para ambas as análises são apresentados a seguir.

##### 4.2.2.1 Solo argiloso ( $k_s = 5,0$ kg/cm<sup>3</sup>)

O comportamento das dez primeiras frequências naturais, para cada cota de engastamento ( $L_e$ ) proposta no item 3.3.4, considerando um solo argiloso, é apresentado na TABELA 22, onde são apresentadas também as frequências naturais para a estrutura em suspensão (Livre-livre) e para a estrutura engastada (Eng-livre).

Dos dados apresentados na TABELA 22, inicialmente se destaca como são diferentes as análises se feitas de forma absoluta ou relativa. Para as frequências naturais associadas ao primeiro modo de vibração (para os lados A e B), têm-se uma diferença absoluta de 1,66 Hz e 2,90 Hz, contra uma diferença relativa de 6,14 e 8,73

vezes, respectivamente. Já para a frequência natural associada ao quinto modo de vibração do lado B, têm-se uma diferença absoluta de 23,27 Hz para uma diferença relativa de até 1,33 vezes.

TABELA 22 – VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DA COTA DE ENGASTAMENTO CONSIDERANDO UM SOLO ARGILOSO ( $k_s = 5,0 \text{ kg/cm}^3$ )

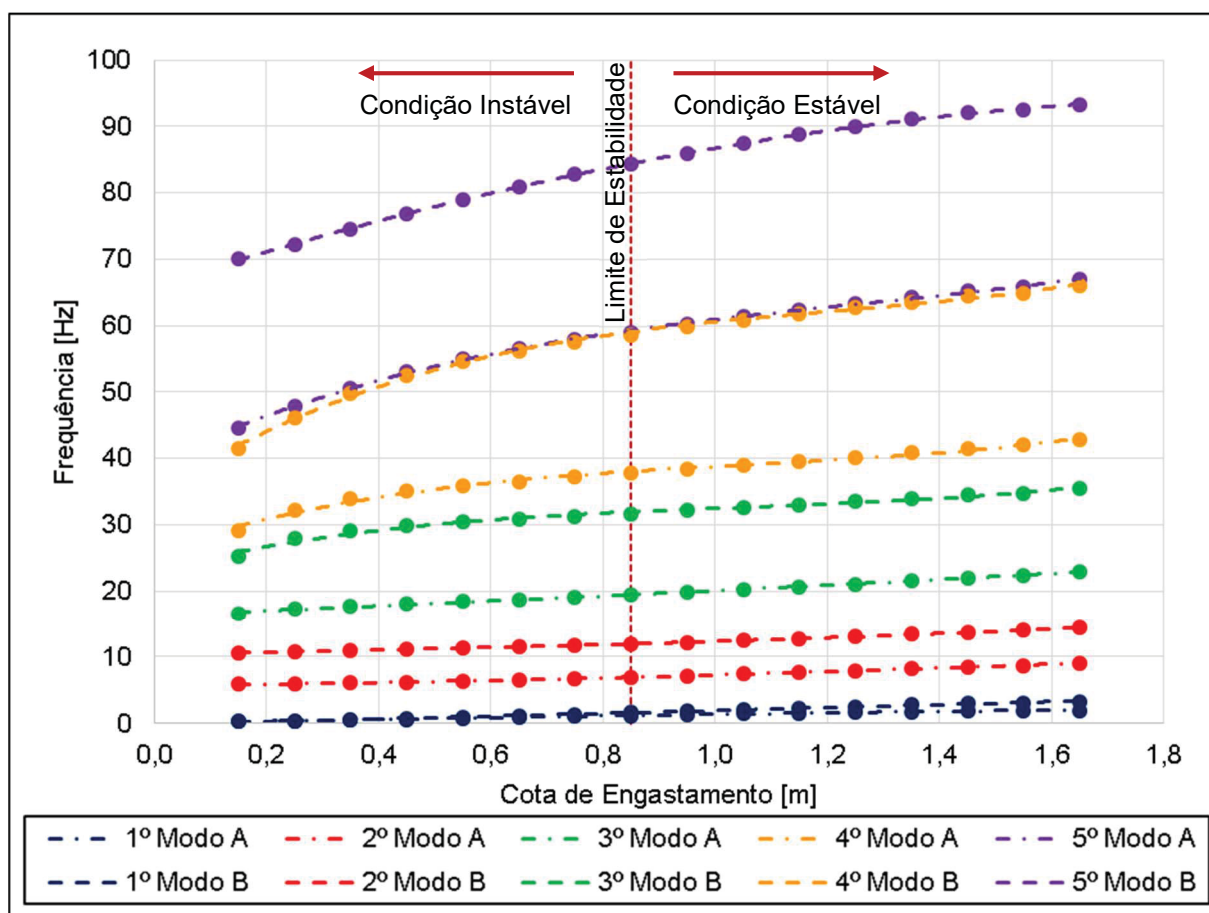
<b>Le</b>	<b>1º Modo - A</b>		<b>1º Modo - B</b>		<b>2º Modo - A</b>		<b>2º Modo - B</b>		<b>3º Modo - A</b>	
<b>[m]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>
Livre-livre	-	-	-	-	7,70	87,35	13,82	85,69	21,19	94,68
0,15	0,32	16,35	0,38	9,35	5,85	66,42	10,56	65,48	16,51	73,75
0,25	0,39	19,77	0,43	10,82	5,98	67,87	10,86	67,33	17,37	77,61
0,35	0,49	24,76	0,55	13,65	6,06	68,76	11,02	68,31	17,74	79,27
0,45	0,61	30,99	0,71	17,56	6,20	70,36	11,18	69,32	18,14	81,06
0,55	0,76	38,21	0,90	22,39	6,34	71,90	11,34	70,26	18,44	82,41
0,65	0,91	45,92	1,12	27,83	6,50	73,76	11,50	71,31	18,75	83,78
0,75	1,06	53,69	1,35	33,67	6,70	75,97	11,69	72,47	19,08	85,27
0,85	1,21	61,21	1,60	39,76	6,91	78,43	11,91	73,81	19,42	86,77
0,95	1,35	68,24	1,84	45,91	7,15	81,18	12,15	75,31	19,79	88,44
1,05	1,48	74,66	2,09	52,01	7,42	84,13	12,42	77,00	20,20	90,25
1,15	1,59	80,43	2,33	57,94	7,69	87,22	12,72	78,86	20,63	92,19
1,25	1,69	85,54	2,56	63,61	7,96	90,35	13,05	80,88	21,09	94,24
1,35	1,78	90,08	2,77	68,97	8,24	93,50	13,40	83,03	21,57	96,39
1,45	1,85	93,83	2,97	73,85	8,49	96,38	13,75	85,24	22,03	98,43
1,55	1,92	97,12	3,09	76,97	8,72	98,98	13,98	86,64	22,44	100,25
1,65	1,98	100,30	3,28	81,59	8,99	102,01	14,40	89,25	22,98	102,69
Eng-Livre	1,98	100,00	4,02	100,00	8,81	100,00	16,13	100,00	22,38	100,00
<b>Le</b>	<b>3º Modo - B</b>		<b>4º Modo - A</b>		<b>4º Modo - B</b>		<b>5º Modo - A</b>		<b>5º Modo - B</b>	
<b>[m]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>
Livre-livre	35,53	94,55	40,65	97,15	67,44	97,62	65,60	98,01	109,27	99,28
0,15	25,27	67,26	29,13	69,60	41,44	59,99	44,65	66,71	70,05	63,64
0,25	27,93	74,33	32,30	77,19	46,18	66,86	47,88	71,54	72,26	65,66
0,35	29,09	77,41	33,89	80,99	49,77	72,05	50,62	75,64	74,44	67,63
0,45	29,86	79,48	35,06	83,79	52,51	76,02	53,04	79,25	76,78	69,76
0,55	30,41	80,93	35,86	85,70	54,56	78,99	54,94	82,08	78,91	71,70
0,65	30,87	82,16	36,54	87,32	56,20	81,36	56,53	84,46	80,90	73,51
0,75	31,29	83,27	37,17	88,82	57,57	83,35	57,94	86,57	82,78	75,21
0,85	31,71	84,40	37,74	90,19	58,75	85,05	59,12	88,34	84,43	76,72
0,95	32,13	85,51	38,32	91,58	59,82	86,60	60,24	90,00	85,99	78,13
1,05	32,56	86,66	38,92	93,00	60,82	88,04	61,30	91,59	87,42	79,43
1,15	33,02	87,87	39,53	94,47	61,77	89,42	62,32	93,12	88,73	80,62
1,25	33,49	89,13	40,17	95,99	62,69	90,75	63,31	94,60	89,94	81,72
1,35	33,99	90,46	40,83	97,58	63,60	92,08	64,30	96,07	91,04	82,72
1,45	34,50	91,83	41,46	99,07	64,48	93,35	65,17	97,37	92,02	83,61
1,55	34,78	92,57	41,98	100,31	64,91	93,97	65,89	98,44	92,57	84,11
1,65	35,43	94,30	42,78	102,22	65,95	95,48	66,93	100,01	93,32	84,79
Eng-Livre	37,57	100,00	41,85	100,00	69,08	100,00	66,93	100,00	110,06	100,00

FONTE: O autor (2020).



Para auxiliar no entendimento do comportamento modal do poste em função da variação paramétrica da cota de engastamento em solo argiloso, os dados contidos na TABELA 22 são apresentados graficamente na FIGURA 44, onde a legenda dos modos de vibração segue o mesmo padrão adotado no item 4.2.1. Por outro lado, a linha vertical tracejada em bordô indica a cota de engastamento de tombamento do poste, obtida por testes em campo e elucidada no item 3.3.4. Na FIGURA 44, a região na qual a cota de engastamento leva a uma condição estaticamente estável da estrutura está à direita da referida cota, com comprimentos de engastamento superiores à 0,85 m.

FIGURA 44 – COMPORTAMENTO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DA COTA DE ENGASTAMENTO CONSIDERANDO UM SOLO ARGILOSO ( $k_s = 5,0 \text{ kg/cm}^3$ )



FONTE: O autor (2020).

Assim como observado para a influência do tipo de solo, a variação da cota de engastamento também apresenta influência no valor da frequência natural que podem gerar erros de comparação dos modos de vibração quando em medições

experimentais. Ao considerar uma frequência medida em campo entre 30 e 40 Hz e os resultados da FIGURA 44, essa medição pode ser atribuída tanto para o terceiro modo de vibração do lado B como para o quarto modo de vibração do lado A, a depender da cota de engastamento. Nesse caso particular, contudo, a cota de engastamento, com base na geometria do poste, é um parâmetro de fácil aferição em campo (em função da presença de enrijecedores estruturais na região logo acima do engaste em solo, vide FIGURA 16), o que se espera levar a uma correta associação da frequência medida com o respectivo modo de vibração. Por outro lado, na relação entre o quarto modo de vibração do lado B e o quinto modo de vibração do lado A, mesmo com o conhecimento do comprimento de engastamento, a associação entre a frequência medida e o respectivo modo de vibração é um processo de pouca confiabilidade. Isso porque as frequências mencionadas são praticamente iguais em todo o espectro estável de engastamento da estrutura, considerando um solo argiloso.

Com vistas a estabelecer a competência dos parâmetros modais em indicar a perda de estabilidade da estrutura, a TABELA 23 apresenta a variação das frequências naturais em relação à cota de engastamento limite, adotada conforme item 3.3.4. São apresentadas na TABELA 23 apenas as análises para cotas de engastamento superiores à limite ( $L_e = 0,85$  m), sendo esta a faixa de interesse da pesquisa.

TABELA 23 – VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DO POSTE EM RELAÇÃO A COTA DE ENGASTAMENTO LIMITE CONSIDERANDO UM SOLO ARGILOSO ( $k_s = 5,0$  kg/cm<sup>3</sup>)

$L_e$	1º Modo Lado A	1º Modo Lado B	2º Modo Lado A	2º Modo Lado B	3º Modo Lado A	3º Modo Lado B	4º Modo Lado A	4º Modo Lado B	5º Modo Lado A	5º Modo Lado B
[m]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
0,85	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,95	0,14	0,25	0,24	0,24	0,37	0,42	0,58	1,07	1,12	1,55
1,05	0,27	0,49	0,50	0,52	0,78	0,85	1,18	2,07	2,18	2,99
1,15	0,38	0,73	0,77	0,82	1,21	1,30	1,79	3,02	3,20	4,30
1,25	0,48	0,96	1,05	1,14	1,67	1,78	2,43	3,94	4,19	5,50
1,35	0,57	1,17	1,33	1,49	2,15	2,28	3,09	4,85	5,18	6,61
1,45	0,64	1,37	1,58	1,84	2,61	2,79	3,71	5,73	6,05	7,58
1,55	0,71	1,49	1,81	2,07	3,02	3,07	4,24	6,16	6,76	8,14
1,65	0,77	1,68	2,08	2,49	3,56	3,72	5,04	7,20	7,81	8,88

FONTE: O autor (2020).

Ao avaliar a influência da cota de engastamento no comportamento das frequências naturais se observa ainda um padrão comportamental diferente entre os

modos inferiores e os modos superiores do poste (vide FIGURA 44). Enquanto as duas primeiras frequências naturais (tanto para lado A como para o lado B) apresentam variação máxima de 2,49 Hz para condições de engastamento estável da estrutura, as demais frequências analisadas do poste apresentam até 8,88 Hz de variação para a mesma condição. Dessa comparação, revela-se que as frequências naturais dos modos de vibração superiores são mais indicadas para a comparação com medições realizadas em campo. Conforme apresentado no item 3.4, os equipamentos utilizados no âmbito experimental possuem precisão de aproximadamente 1 Hz, além de apresentar baixa sensibilidade para as faixas de frequência abaixo dos 20 Hz. Assim, os dois primeiros modos de vibração (tanto para lado A como para o lado B) apresentam valores de frequência natural com taxas de variação que não podem ser avaliadas experimentalmente de modo eficiente.

Os modos de vibração superiores (a partir do terceiro modo) apresentam uma particularidade no valor das frequências naturais para cotas de engastamento críticas (inferiores a 0,40 m). São observadas, conforme é possível notar na FIGURA 44, reduções mais acentuadas no valor das frequências naturais nessas condições. Esse fenômeno, proveniente a excessiva redução no engastamento, é explicado pela mistura de duas diferentes condições de apoio. O poste já não está em uma condição de engastamento em solo significativa, porém também não se encontra em uma condição livre-livre. Vale ressaltar, contudo, que esse fenômeno notado nas frequências naturais configura apenas um caso teórico. Em testes experimentais a estrutura nessas condições já não é estaticamente estável.

Por fim, assim como proposto para a análise paramétrica do tipo de solo (vide subitem 4.2.1), foi possível também estabelecer equações polinomiais (de até terceiro grau) com elevado coeficiente de determinação para estimar as frequências naturais do poste analisado em função da cota de engastamento. Com o intuito de obter equações com coeficiente de determinação superior à 0,95, as equações propostas possuem graus distintos entre si. Para um solo argiloso, essas equações são apresentadas na TABELA 24 tendo sido obtidas com base nos dados da TABELA 22 e sendo representados pelas linhas de tendência apresentadas na FIGURA 44.

Do coeficiente de determinação apresentado para as equações da TABELA 24 nota-se, para os resultados obtidos do modelo computacional, elevado grau de correlação no comportamento modal das frequências naturais em função da cota de engastamento do poste. Assim, é possível sugerir que as equações supracitadas são

representativas do comportamento das frequências naturais de um poste íntegro em função da sua cota de engastamento em solo argiloso.

TABELA 24 – EQUAÇÕES DE ESTIMATIVA DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA UM POSTE ÍNTEGRO EM FUNÇÃO DA COTA DE ENGASTAMENTO CONSIDERANDO UM SOLO ARGILOSO ( $k_s = 5,0 \text{ kg/cm}^3$ )

Freq.	Equação	R <sup>2</sup>
1ª - A	$\omega_{01} = -0,2362.Le^2 + 1,6256.Le - 0,0097$	0,9998
1ª - B	$\omega_{02} = -0,0074.Le^2 - 2,0677.Le + 3,4129$	0,9996
2ª - A	$\omega_{03} = 0,6988.Le^2 + 0,9118.Le + 5,6656$	0,9979
2ª - B	$\omega_{04} = 0,8318.Le^2 + 0,9802.Le + 10,513$	0,9920
3ª - A	$\omega_{05} = -0,0074.Le^2 - 2,0677.Le + 3,4129$	0,9869
3ª - B	$\omega_{06} = 5,3511.Le^3 - 16,848.Le^2 + 20,798.Le + 23,183$	0,9951
4ª - A	$\omega_{07} = 6,7196.Le^3 - 21,464.Le^2 + 27,346.Le + 26,186$	0,9981
4ª - B	$\omega_{08} = 10,659.Le^3 - 38,594.Le^2 + 53,753.Le + 34,762$	0,9980
5ª - A	$\omega_{09} = 6,4986.Le^3 - 24,549.Le^2 + 39,577.Le + 39,401$	0,9939
5ª - B	$\omega_{10} = -6,4285.Le^2 + 27,258.Le + 65,889$	0,9943

FONTE: O autor (2020).

#### 4.2.2.2 Solo arenoso ( $k_s = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ )

O comportamento das dez primeiras frequências naturais, para cada cota de engastamento ( $Le$ ) proposta no item 3.3.4, considerando um solo arenoso, é apresentado na TABELA 25. Nessa tabela são apresentadas também as frequências naturais para a estrutura em suspensão (Livre-livre) e para a estrutura engastada (Eng-livre).

Da mesma forma como observado para um solo argiloso, os dados apresentados na TABELA 25, indicam como as análises se feitas de forma absoluta ou relativa podem levar a conclusões significativamente distintas. Para as frequências naturais associadas ao primeiro modo de vibração (tanto para lado A como para o lado B), têm-se uma diferença absoluta de 1,40 Hz e 2,04 Hz, contra uma diferença relativa de 8,84 e 10,91 vezes, respectivamente. Já para a frequência natural associada ao quarto modo de vibração do lado B, têm-se uma diferença absoluta de 13,16 Hz para uma diferença relativa de 1,36 vezes, considerando todo o espectro de variação da cota de engastamento.

TABELA 25 – VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DA COTA DE ENGASTAMENTO CONSIDERANDO UM SOLO ARENOSO ( $k_s = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ )

<b>Le</b>	<b>1º Modo - A</b>		<b>1º Modo - B</b>		<b>2º Modo - A</b>		<b>2º Modo - B</b>		<b>3º Modo - A</b>	
<b>[m]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>
Livre-livre	-	-	-	-	7,70	87,35	13,82	85,69	21,19	94,68
0,15	0,18	9,04	0,21	5,13	5,54	62,88	9,32	57,76	13,18	58,88
0,25	0,22	10,98	0,24	5,95	5,78	65,58	10,15	62,92	15,09	67,43
0,35	0,27	13,84	0,30	7,52	5,88	66,76	10,52	65,18	16,10	71,92
0,45	0,35	17,52	0,39	9,72	6,01	68,19	10,76	66,72	16,80	75,08
0,55	0,43	21,95	0,50	12,47	6,11	69,28	10,95	67,85	17,29	77,26
0,65	0,53	26,94	0,63	15,63	6,21	70,40	11,11	68,84	17,68	79,01
0,75	0,64	32,34	0,77	19,14	6,32	71,66	11,26	69,77	18,04	80,61
0,85	0,75	38,00	0,92	22,92	6,43	72,98	11,41	70,71	18,34	81,96
0,95	0,87	43,80	1,08	26,92	6,56	74,47	11,56	71,67	18,65	83,31
1,05	0,98	49,63	1,25	31,10	6,71	76,12	11,72	72,66	18,95	84,65
1,15	1,09	55,38	1,42	35,41	6,87	77,93	11,89	73,72	19,25	86,00
1,25	1,20	60,97	1,60	39,80	7,04	79,89	12,07	74,85	19,56	87,38
1,35	1,31	66,35	1,78	44,24	7,23	82,00	12,27	76,05	19,88	88,80
1,45	1,41	71,11	1,95	48,57	7,41	84,06	12,47	77,31	20,17	90,14
1,55	1,50	75,72	2,07	51,49	7,58	85,99	12,59	78,06	20,42	91,24
1,65	1,58	79,93	2,25	56,03	7,80	88,48	12,85	79,63	20,81	92,97
Eng-Livre	1,98	100,00	4,02	100,00	8,81	100,00	16,13	100,00	22,38	100,00

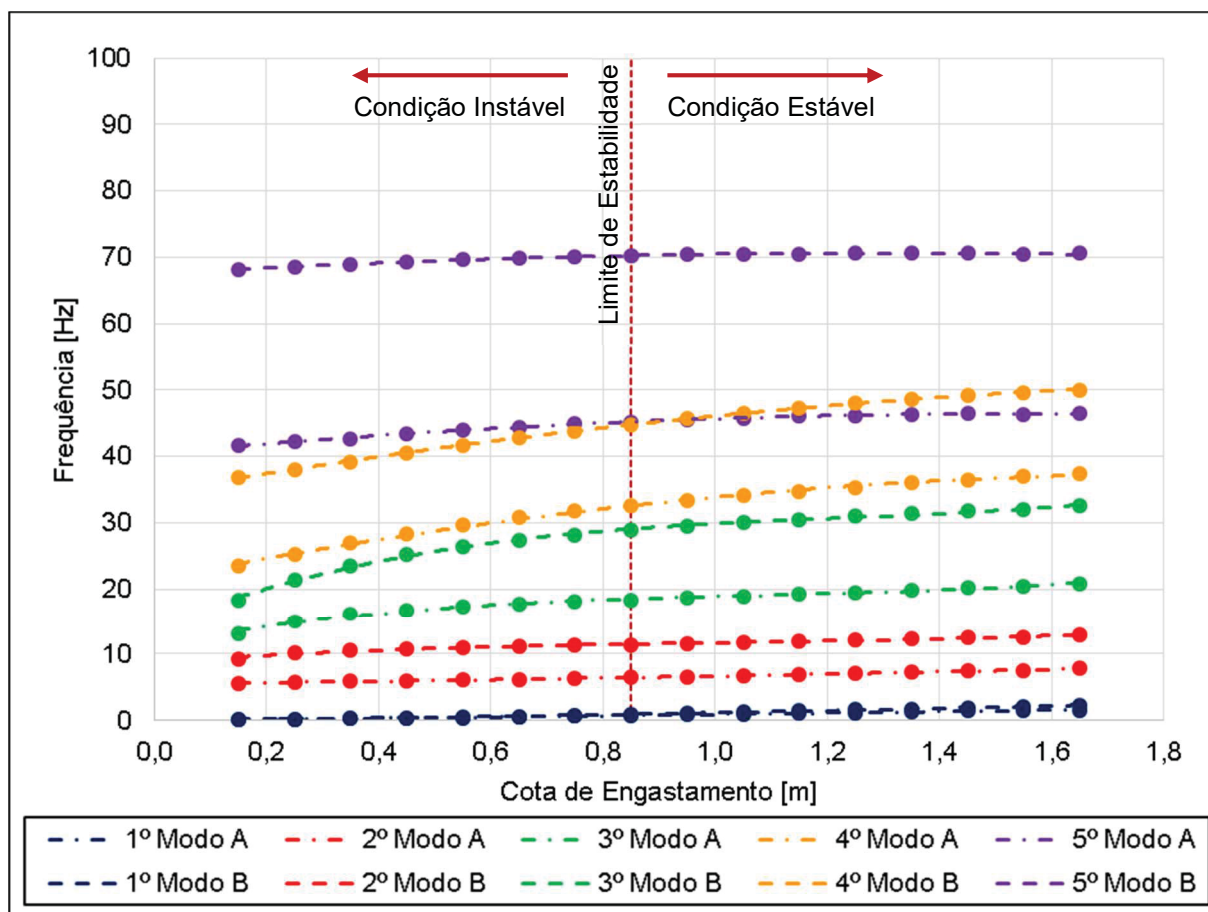
  

<b>Le</b>	<b>3º Modo - B</b>		<b>4º Modo - A</b>		<b>4º Modo - B</b>		<b>5º Modo - A</b>		<b>5º Modo - B</b>	
<b>[m]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>
Livre-livre	35,53	94,55	40,65	97,15	67,44	97,62	65,60	98,01	109,27	99,28
0,15	18,38	48,92	23,45	56,04	36,92	53,45	41,60	62,16	68,12	61,89
0,25	21,42	57,00	25,28	60,40	38,10	55,15	42,25	63,13	68,59	62,32
0,35	23,60	62,81	26,92	64,33	39,25	56,82	42,72	63,83	68,87	62,57
0,45	25,21	67,10	28,43	67,93	40,51	58,65	43,45	64,92	69,36	63,02
0,55	26,44	70,35	29,68	70,94	41,68	60,33	43,98	65,70	69,67	63,30
0,65	27,40	72,93	30,78	73,55	42,78	61,94	44,46	66,43	69,92	63,53
0,75	28,20	75,05	31,76	75,89	43,85	63,48	44,91	67,11	70,10	63,69
0,85	28,87	76,84	32,59	77,88	44,79	64,84	45,25	67,61	70,29	63,86
0,95	29,46	78,41	33,36	79,73	45,69	66,14	45,56	68,07	70,40	63,97
1,05	30,00	79,84	34,08	81,44	46,52	67,35	45,83	68,47	70,49	64,04
1,15	30,50	81,16	34,75	83,04	47,29	68,47	46,04	68,79	70,54	64,09
1,25	30,96	82,41	35,38	84,55	48,01	69,50	46,21	69,04	70,57	64,12
1,35	31,42	83,61	35,98	85,99	48,67	70,46	46,34	69,24	70,58	64,13
1,45	31,84	84,74	36,50	87,22	49,26	71,32	46,42	69,36	70,58	64,13
1,55	32,06	85,32	36,95	88,31	49,60	71,81	46,41	69,34	70,47	64,03
1,65	32,53	86,58	37,49	89,60	50,08	72,50	46,51	69,49	70,59	64,13
Eng-Livre	37,57	100,00	41,85	100,00	69,08	100,00	66,93	100,00	110,06	100,00

FONTE: O autor (2020).

Os dados obtidos por meio dos modelos computacionais desenvolvidos e apresentados na TABELA 25 são apresentados em formato gráfico na FIGURA 45. A legenda das frequências naturais e da cota de engastamento de tombamento seguem o padrão estabelecido anteriormente.

FIGURA 45 – COMPORTAMENTO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DA COTA DE ENGASTAMENTO CONSIDERANDO UM SOLO ARENOSO ( $k_s = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ )



FONTE: O autor (2020).

Para um solo arenoso, a variação das frequências naturais em função da cota de engastamento também levam a uma relação que pode apresentar dúvidas quando da realização de ensaios experimentais. Enquanto essa análise considerando um solo argiloso (vide 4.2.2.1) é mais evidente apenas para a relação entre as frequências naturais associadas ao terceiro modo de vibração no lado B e o quarto modo de vibração no lado A, para um solo arenoso essa relação também é observada para o quarto modo de vibração no lado B e o quinto modo de vibração no lado A. Contudo, nesse segundo caso têm-se uma particularidade para o solo arenoso (que possui menor coeficiente de rigidez do que um solo argiloso). Se observa, para as cotas de engastamento acima do limite de estabilidade, valores maiores para frequência natural referente ao quarto modo de vibração no lado B em relação ao quinto modo de vibração no lado A. Esse fenômeno, conforme detalhado no item 4.2.1, se explica pelo fato de que o quarto modo de vibração no lado B ocorre na maior direção inercial com

4 nós modais enquanto o quinto modo de vibração no lado A ocorre na menor direção inercial com 5 nós modais. Nesses casos, a correta associação da frequência natural como o respectivo modo de vibração, com vistas aos ensaios experimentais, passa pela precisão dos equipamentos de excitação e medição empregados, uma vez que as diferenças entre os valores de frequência natural de um modo de vibração para outro podem ser significativamente pequenas.

Afim de estabelecer a competência dos parâmetros modais em indicar a perda de estabilidade da estrutura, a TABELA 26 apresenta a variação das frequências naturais em relação à cota de engastamento limite, adotada conforme item 3.3.4. Na TABELA 26 são apresentadas apenas as análises para cotas de engastamento superiores à limite ( $Le = 0,85$  m), sendo esta a faixa de interesse da pesquisa.

TABELA 26 – VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DO POSTE EM RELAÇÃO A COTA DE ENGASTAMENTO LIMITE CONSIDERANDO UM SOLO ARENOSO ( $k_s = 1,5$  kg/cm<sup>3</sup>)

$Le$	1º Modo Lado A	1º Modo Lado B	2º Modo Lado A	2º Modo Lado B	3º Modo Lado A	3º Modo Lado B	4º Modo Lado A	4º Modo Lado B	5º Modo Lado A	5º Modo Lado B
[m]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
0,85	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,95	0,11	0,16	0,13	0,15	0,30	0,59	0,77	0,90	0,31	0,12
1,05	0,23	0,33	0,28	0,32	0,60	1,13	1,49	1,73	0,57	0,20
1,15	0,34	0,50	0,44	0,49	0,91	1,63	2,16	2,51	0,79	0,25
1,25	0,45	0,68	0,61	0,67	1,21	2,09	2,79	3,22	0,96	0,28
1,35	0,56	0,86	0,80	0,86	1,53	2,54	3,39	3,88	1,09	0,29
1,45	0,65	1,03	0,98	1,06	1,83	2,97	3,91	4,47	1,17	0,30
1,55	0,75	1,15	1,15	1,19	2,08	3,19	4,36	4,81	1,16	0,18
1,65	0,83	1,33	1,37	1,44	2,46	3,66	4,90	5,29	1,26	0,30

FONTE: O autor (2020).

Ao avaliar a influência da variação da cota de engastamento no comportamento das frequências naturais também foi observado uma diferença singular entre os resultados obtidos para um solo argiloso (vide 4.2.2.1) e para um solo arenoso. Enquanto para um solo argiloso apenas as duas primeiras frequências naturais (tanto para lado A como para o lado B) apresentaram um nível baixo de variação desse parâmetro modal (de até 2,49 Hz) em condições de engastamento estável da estrutura, para um solo arenoso além destas frequências, a quinta frequência natural (tanto para lado A como para o lado B) também apresentaram um patamar praticamente estável no seu comportamento em função da cota de engastamento (vide FIGURA 45). Para estas frequências (1ª, 2ª, e 5ª, em ambos os



lados), em solo arenoso e com engastamento em patamares estáveis, são notadas no modelo computacional variações de, no máximo, 1,44 Hz. Para os valores de frequência do terceiro e do quarto modos de vibração são observadas maiores mudanças para a mesma condição de análise, levando a até 5,29 Hz de variação nessas frequências intermediárias. Como apresentado no item 3.4, os equipamentos utilizados no âmbito experimental possuem precisão de aproximadamente 1 Hz, além de apresentar baixa sensibilidade para as faixas de frequência abaixo dos 20 Hz. Assim, para solos arenosos, a baixa variação da frequência em condições de engastamento estável da estrutura (entre 1,65 m e 0,85 m de engastamento) indicam que, em medições experimentais, podem não ser notadas variações nas frequências naturais mesmo com a estrutura estando próxima do seu limite estável estaticamente.

Por fim, foi possível também estabelecer equações (polinomiais de até terceiro grau) com elevado coeficiente de determinação para estimar as frequências naturais do poste analisado em função da cota de engastamento em um solo arenoso. Com o intuito de obter equações com coeficiente de determinação superior à 0,95, as equações propostas possuem graus distintos entre si. Essas equações são apresentadas na TABELA 27 tendo sido com base nos dados da TABELA 25 e sendo representados pelas linhas de tendência apresentadas na FIGURA 45. Assim, é possível sugerir que as equações supracitadas são representativas do comportamento das frequências naturais de um poste íntegro em função da sua cota de engastamento em solo arenoso.

TABELA 27 – EQUAÇÕES DE ESTIMATIVA DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA UM POSTE ÍNTEGRO EM FUNÇÃO DA COTA DE ENGASTAMENTO CONSIDERANDO UM SOLO ARENOSO ( $k_s = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ )

Freq.	Equação	R <sup>2</sup>
1ª - A	$\omega_{01} = 0,1241.Le^2 + 0,7785.Le + 0,0043$	0,9925
1ª - B	$\omega_{02} = 0,394.Le^2 + 0,7369.Le + 0,0188$	0,9997
2ª - A	$\omega_{03} = 0,3332.Le^2 + 0,8141.Le + 5,5183$	0,9991
2ª - B	$\omega_{04} = 1,6681.Le^3 - 5,0967.Le^2 + 6,4433.Le + 8,6699$	0,9974
3ª - A	$\omega_{05} = 4,2212.Le^3 - 13,851.Le^2 + 17,229.Le + 11,295$	0,9973
3ª - B	$\omega_{06} = 6,7196.Le^3 - 24,595.Le^2 + 33,478.Le + 14,282$	0,9914
4ª - A	$\omega_{07} = -4,521.Le^2 + 17,011.Le + 21,4$	0,9896
4ª - B	$\omega_{08} = -2,4854.Le^2 + 7,7233.Le + 40,462$	0,9966
5ª - A	$\omega_{09} = -3,1719.Le^2 + 14,625.Le + 34,643$	0,9969
5ª - B	$\omega_{10} = -1,8337.Le^2 + 4,8007.Le + 67,5$	0,9961

FONTE: O autor (2020).

#### 4.2.3 Influência de Danos na Região de Engastamento

A análise modal do poste de concreto armado em função de danos localizados na região de engastamento foi realizada para dois tipos de solo: para um solo argiloso ( $k_s = 5,0 \text{ kg/cm}^3$ ) e para um solo arenoso ( $k_s = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ ). Os resultados para ambas as análises são apresentados a seguir.

##### 4.2.3.1 Solo argiloso ( $k_s = 5,0 \text{ kg/cm}^3$ )

O comportamento das dez primeiras frequências naturais, para cada comprimento danificado ( $Cd$ ) proposto no item 3.3.5, considerando um solo argiloso, é apresentado na TABELA 28. Nessa tabela, são apresentadas também as frequências naturais para a estrutura em suspensão (Livre-livre) e para a estrutura engastada (Eng-livre) nas condições íntegras.

Para as frequências naturais referentes ao primeiro modo de vibração (tanto para lado A como para o lado B), se observa uma variação relativa dos valores observados de 9,21 e 9,56 vezes – entre uma condição íntegra e uma condição de dano com 1,55 m de comprimento na base – respectivamente. Por outro lado, a variação absoluta para esses mesmos modos de vibração é de apenas 1,77 Hz e 2,93 Hz. Já para os outros modos avaliados, a variação relativa média cai para 1,21 vezes contra uma variação absoluta de até 16,86 Hz para o oitavo modo de vibração. Desse modo fica estabelecida a importância de realizar a comparação entre os resultados de maneira coerente, qual seja pelas diferenças absolutas.

Com base nos dados apresentados na TABELA 28 foram desenvolvidos os gráficos de frequência em função do comprimento danificado da FIGURA 46. Para composição da FIGURA 46, os valores das frequências são apresentados pelo conjunto de pontos, enquanto as linhas de tendência indicam a qual modo de vibração as frequências naturais são equivalentes. A legenda e a divisão organizacional das curvas de frequência seguem o mesmo padrão definido para as análises realizadas no item 4.2.1. Já a linha vertical tracejada em bordô indica o comprimento danificado que gera a cota de engastamento de tombamento do poste. Na FIGURA 46, a região na qual o comprimento danificado leva a uma condição estaticamente estável da estrutura está à esquerda da linha-limite, com danos de até 0,80 m de comprimentos, gerando uma cota de engastamento mínima de 0,85 m.

TABELA 28 – VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DO COMPRIMENTO DANIFICADO CONSIDERANDO UM SOLO ARGILOSO ( $k_s = 5,0 \text{ kg/cm}^3$ )

<b>Cd</b>	<b>1º Modo - A</b>		<b>1º Modo - B</b>		<b>2º Modo - A</b>		<b>2º Modo - B</b>		<b>3º Modo - A</b>	
<b>[m]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>
Livre-livre	-	-	-	-	7,70	87,35	13,82	85,69	21,19	94,68
0,00	1,98	100,30	3,28	81,59	8,99	102,01	14,40	89,25	22,98	102,69
0,15	1,92	97,39	3,10	77,10	8,82	100,08	14,17	87,81	22,79	101,82
0,25	1,87	94,75	2,94	73,13	8,69	98,55	13,99	86,72	22,66	101,22
0,35	1,81	91,47	2,76	68,69	8,54	96,87	13,82	85,67	22,53	100,65
0,45	1,73	87,45	2,56	63,79	8,38	95,08	13,67	84,72	22,41	100,11
0,55	1,63	82,60	2,35	58,46	8,22	93,25	13,53	83,88	22,30	99,65
0,65	1,52	76,83	2,12	52,77	8,06	91,43	13,42	83,16	22,22	99,28
0,75	1,39	70,13	1,88	46,81	7,91	89,74	13,33	82,61	22,16	99,02
0,85	1,24	62,57	1,64	40,70	7,78	88,25	13,26	82,20	22,13	98,87
0,95	1,07	54,35	1,39	34,62	7,67	86,99	13,20	81,81	22,12	98,82
1,05	0,90	45,63	1,15	28,66	7,59	86,15	13,20	81,84	22,11	98,80
1,15	0,73	36,94	0,93	23,09	7,55	85,61	13,20	81,81	22,11	98,77
1,25	0,57	28,70	0,73	18,09	7,52	85,38	13,20	81,80	22,05	98,53
1,35	0,42	21,45	0,56	13,86	7,52	85,34	13,16	81,60	21,85	97,62
1,45	0,34	17,19	0,43	10,60	7,51	85,21	13,01	80,63	21,27	95,05
1,55	0,22	10,89	0,34	8,54	7,39	83,79	12,65	78,44	19,44	86,87
Eng-Livre	1,98	100,00	4,02	100,00	8,81	100,00	16,13	100,00	22,38	100,00

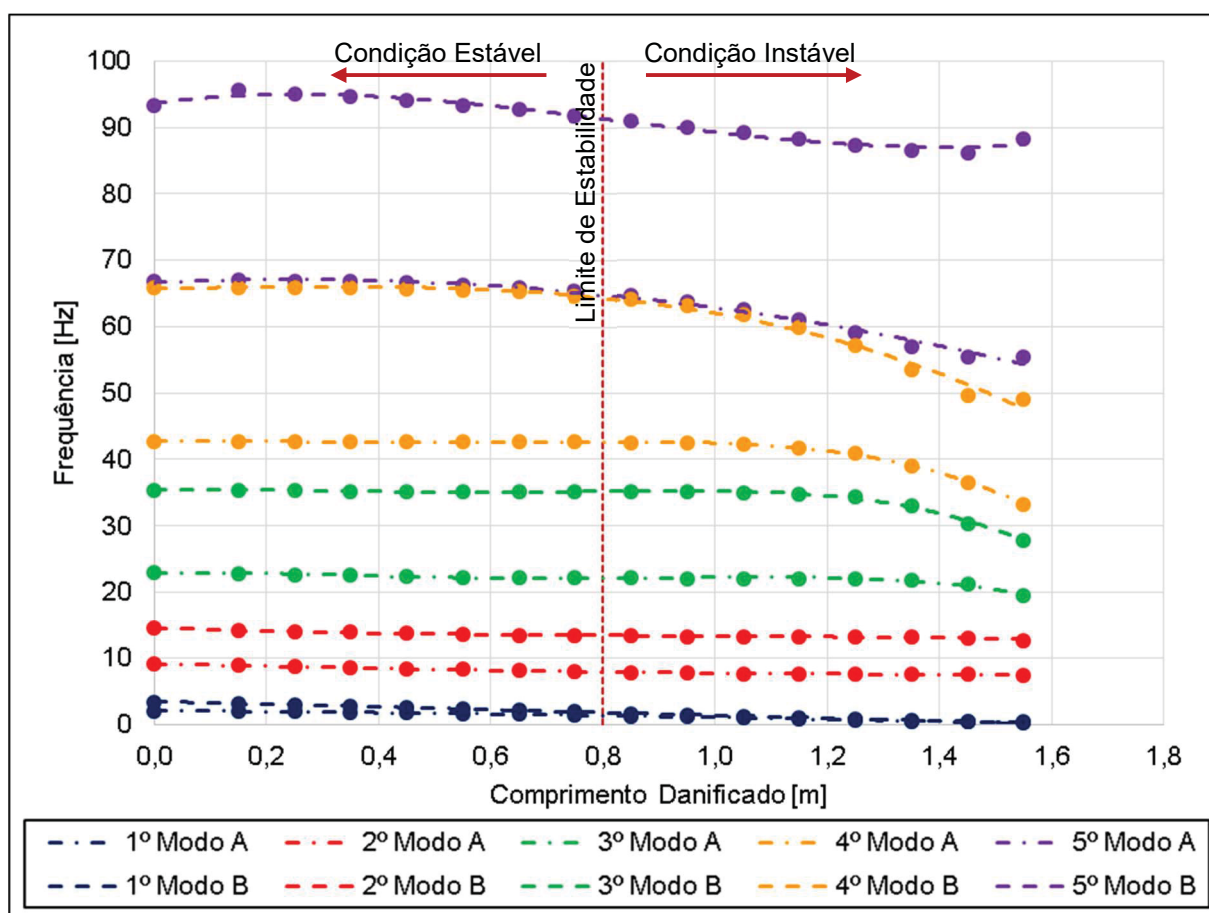
<b>Cd</b>	<b>3º Modo - B</b>		<b>4º Modo - A</b>		<b>4º Modo - B</b>		<b>5º Modo - A</b>		<b>5º Modo - B</b>	
<b>[m]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>
Livre-livre	35,53	94,55	40,65	97,15	67,44	97,62	65,60	98,01	109,27	99,28
0,00	35,43	94,30	42,78	102,22	65,95	95,48	66,93	100,01	93,32	84,79
0,15	35,34	94,05	42,70	102,05	65,95	95,47	66,95	100,03	95,57	86,84
0,25	35,28	93,90	42,67	101,97	65,91	95,42	66,88	99,93	95,10	86,41
0,35	35,24	93,78	42,64	101,91	65,85	95,32	66,77	99,76	94,57	85,93
0,45	35,21	93,71	42,63	101,88	65,73	95,15	66,59	99,50	93,99	85,40
0,55	35,20	93,68	42,63	101,87	65,53	94,87	66,34	99,12	93,34	84,81
0,65	35,20	93,68	42,63	101,87	65,23	94,43	65,97	98,56	92,64	84,17
0,75	35,20	93,68	42,62	101,85	64,77	93,77	65,46	97,80	91,86	83,47
0,85	35,19	93,66	42,58	101,76	64,10	92,79	64,75	96,75	91,03	82,71
0,95	35,14	93,51	42,48	101,52	63,11	91,36	63,82	95,36	90,11	81,87
1,05	35,05	93,28	42,25	100,97	61,74	89,39	62,61	93,54	89,23	81,07
1,15	34,81	92,65	41,79	99,87	59,80	86,57	61,05	91,22	88,30	80,23
1,25	34,29	91,27	40,89	97,71	57,13	82,71	59,15	88,38	87,41	79,42
1,35	33,12	88,15	39,12	93,48	53,60	77,59	56,98	85,14	86,58	78,67
1,45	30,41	80,93	36,45	87,11	49,65	71,88	55,43	82,81	86,07	78,20
1,55	27,84	74,08	33,29	79,55	49,09	71,06	55,50	82,92	88,32	80,25
Eng-Livre	37,57	100,00	41,85	100,00	69,08	100,00	66,93	100,00	110,06	100,00

FONTE: O autor (2020).

Ao avaliar a influência de danos na região de engastamento do poste no comportamento das frequências naturais se observa ainda um padrão comportamental de pouca alteração absoluta, na maioria das frequências avaliadas (vide FIGURA 46). Para as sete primeiras frequências naturais a variação desse parâmetro modal é, em média, de apenas 0,86 Hz para danos variando na região

estaticamente estável da estrutura. Para as três últimas frequências naturais avaliadas essa variação sobe, em média para 2,11 Hz. Considerando o aparato experimental disponível (vide item 3.4) e o seu nível de precisão, tais variações nos valores de frequência são consideradas de pouca utilidade para avaliar a estabilidade estática da estrutura.

FIGURA 46 – COMPORTAMENTO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DO COMPRIMENTO DANIFICADO CONSIDERANDO UM SOLO ARGILOSO ( $k_s = 5,0 \text{ kg/cm}^3$ )



FONTE: O autor (2020).

Nesta etapa da pesquisa, com a consideração de danos na região de engastamento da estrutura, três diferentes propriedades da estrutura são alteradas: o comprimento total, a massa e o comprimento de engastamento. Mesmo com essas alterações não são observadas variações significativas nos valores de frequência nas condições estáveis da estrutura. Com isso, pode-se dizer que o enrijecimento da estrutura por perda de comprimento total, redução do comprimento de engastamento

e diminuição do peso do poste, em função dos danos aplicados, se compensam e geram uma constância nos valores de frequência apresentados.

Com o intuito de fornecer informações relevantes para medições experimentais (em função de danos existentes na região de engastamento do poste) não se esperam dúvidas na associação da frequência medida em campo com o respectivo modo de vibração – principalmente nas regiões estáveis do comprimento danificado. Isso se deve ao fato de que, para um solo argiloso, não são observadas (vide FIGURA 46) variações significativas no valor das frequências naturais. Contudo, uma vez que os valores de frequência são praticamente constantes, mesmo com a ciência do modo de vibração ao qual determinado valor de frequência se refere, não é possível inferir a respeito da existência de danos na região de engastamento, sendo esta uma informação de efetiva relevância.

Os modos de vibração superiores (a partir do terceiro modo no lado A) apresentam uma particularidade no valor das frequências naturais para danos na região de engastamento críticos (superiores a 1,15 m). Na FIGURA 46 são notadas variações acentuadas no valor das frequências naturais nessas condições. Esse comportamento também foi observado e discutido quando da variação exclusiva da cota de engastamento em solo (vide item 4.2.2.1).

Assim como para as demais etapas de análise modal do poste de concreto armado, para a avaliação da influência de danos na região de engastamento também foram desenvolvidas equações polinomiais que relacionam as frequências naturais com o comprimento danificado. Como foram observados resultados com pouca variação da frequência para esta etapa das análises, essas equações são apresentadas apenas no Apêndice 1, sendo a TABELA 36 referente aos dados para um solo argiloso. Essas equações, com coeficientes de determinação elevados, foram obtidas por meio das linhas de tendência apresentadas na FIGURA 46.

#### 4.2.3.2 Solo arenoso ( $k_s = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ )

O comportamento das dez primeiras frequências naturais, para cada comprimento danificado ( $C_d$ ) proposto no item 3.3.5, considerando um solo arenoso, é apresentado na TABELA 29. Nessa tabela, são apresentadas também as frequências naturais para a estrutura em suspensão (Livre-livre) e para a estrutura engastada (Eng-livre) nas condições íntegras.

TABELA 29 – VARIAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DO COMPRIMENTO DANIFICADO CONSIDERANDO UM SOLO ÁRENOZO ( $k_s = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ )

<b>Cd</b>	<b>1º Modo - A</b>		<b>1º Modo - B</b>		<b>2º Modo - A</b>		<b>2º Modo - B</b>		<b>3º Modo - A</b>	
<b>[m]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>
Livre-livre	-	-	-	-	7,70	87,35	13,82	85,69	21,19	94,68
0,00	1,58	79,93	2,25	56,03	7,80	88,48	12,85	79,63	20,81	92,97
0,15	1,47	74,62	2,06	51,23	7,67	87,03	12,78	79,24	20,78	92,86
0,25	1,39	70,43	1,90	47,37	7,59	86,11	12,75	79,00	20,78	92,84
0,35	1,30	65,81	1,74	43,41	7,51	85,25	12,72	78,82	20,78	92,83
0,45	1,20	60,78	1,58	39,36	7,45	84,50	12,70	78,71	20,78	92,83
0,55	1,09	55,40	1,42	35,28	7,39	83,86	12,69	78,63	20,78	92,82
0,65	0,98	49,73	1,25	31,21	7,35	83,36	12,68	78,61	20,77	92,78
0,75	0,87	43,86	1,09	27,19	7,31	82,99	12,68	78,60	20,74	92,65
0,85	0,75	37,91	0,94	23,28	7,29	82,76	12,68	78,60	20,68	92,39
0,95	0,63	32,02	0,79	19,56	7,28	82,60	12,65	78,43	20,56	91,88
1,05	0,52	26,27	0,64	16,03	7,28	82,62	12,65	78,41	20,36	90,95
1,15	0,41	20,88	0,51	12,82	7,28	82,61	12,59	78,03	19,99	89,33
1,25	0,32	16,02	0,40	9,99	7,27	82,50	12,45	77,15	19,36	86,48
1,35	0,23	11,87	0,31	7,63	7,23	82,01	12,12	75,11	18,23	81,47
1,45	0,19	9,48	0,23	5,82	7,09	80,48	11,29	69,99	16,60	74,15
1,55	0,12	5,99	0,19	4,68	6,59	74,77	10,20	63,23	14,27	63,77
Eng-Livre	1,98	100,00	4,02	100,00	8,81	100,00	16,13	100,00	22,38	100,00

<b>Cd</b>	<b>3º Modo - B</b>		<b>4º Modo - A</b>		<b>4º Modo - B</b>		<b>5º Modo - A</b>		<b>5º Modo - B</b>	
<b>[m]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>	<b>[Hz]</b>	<b>[%]</b>
Livre-livre	35,53	94,55	40,65	97,15	67,44	97,62	65,60	98,01	109,27	99,28
0,00	32,53	86,58	37,49	89,60	50,08	72,50	46,51	69,49	70,59	64,13
0,15	32,51	86,52	37,58	89,80	51,07	73,93	48,73	72,80	73,37	66,66
0,25	32,46	86,38	37,40	89,37	50,73	73,44	48,97	73,16	74,22	67,43
0,35	32,38	86,17	37,17	88,83	50,37	72,91	49,22	73,54	75,08	68,21
0,45	32,26	85,85	36,90	88,17	49,97	72,34	49,48	73,93	75,95	69,01
0,55	32,09	85,39	36,56	87,36	49,53	71,71	49,76	74,34	76,83	69,80
0,65	31,85	84,76	36,15	86,38	49,07	71,03	50,03	74,75	77,71	70,60
0,75	31,51	83,86	35,65	85,20	48,56	70,30	50,32	75,18	78,58	71,39
0,85	31,04	82,62	35,06	83,78	48,03	69,53	50,60	75,60	79,44	72,18
0,95	30,39	80,88	34,36	82,10	47,47	68,71	50,88	76,01	80,25	72,91
1,05	29,54	78,61	33,52	80,09	46,90	67,90	51,15	76,42	81,13	73,71
1,15	28,35	75,45	32,54	77,77	46,33	67,06	51,41	76,81	81,94	74,45
1,25	26,74	71,17	31,44	75,14	45,77	66,25	51,65	77,17	82,72	75,16
1,35	24,57	65,39	30,26	72,30	45,24	65,49	51,88	77,51	83,46	75,83
1,45	21,89	58,25	29,39	70,23	44,87	64,96	52,26	78,08	84,29	76,58
1,55	20,79	55,33	29,31	70,05	45,88	66,42	53,74	80,29	86,90	78,96
Eng-Livre	37,57	100,00	41,85	100,00	69,08	100,00	66,93	100,00	110,06	100,00

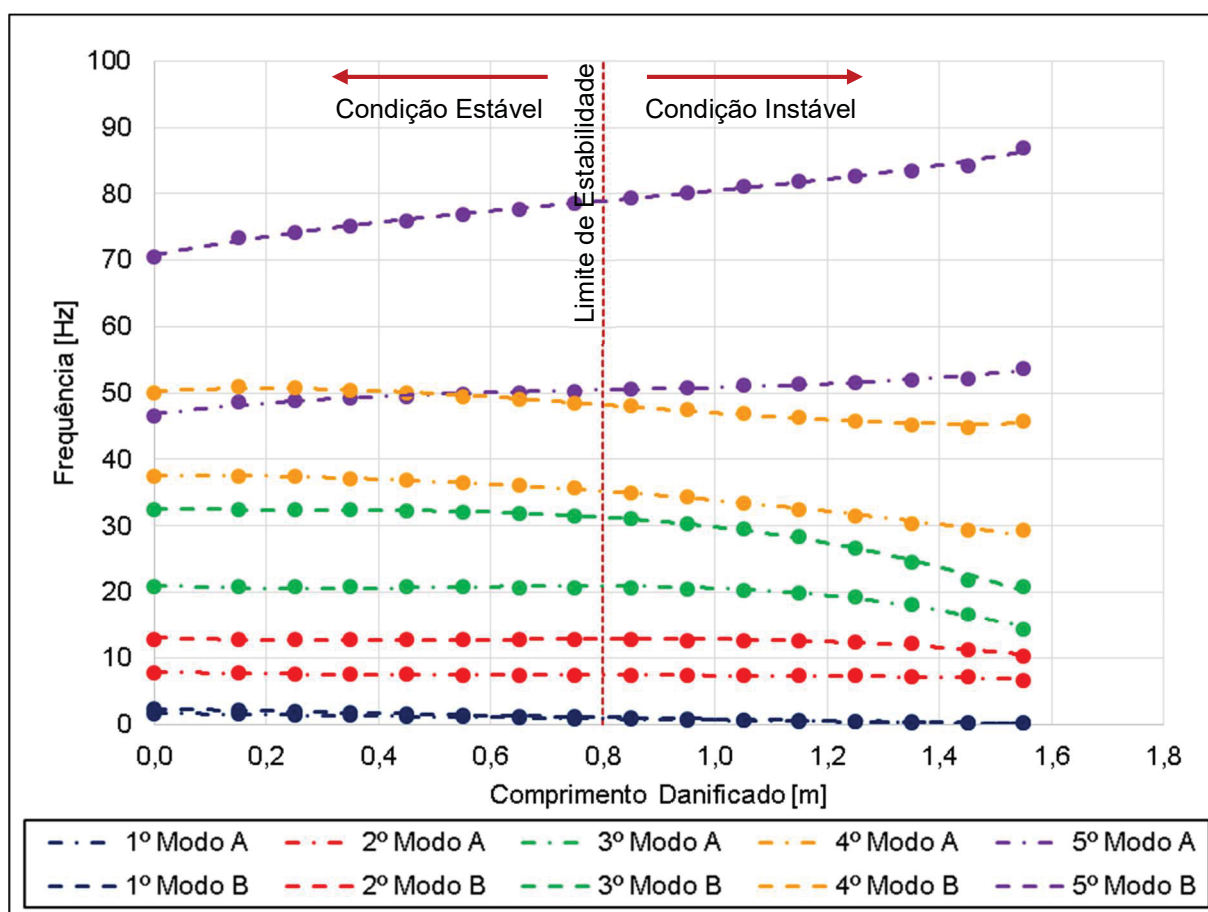
FONTE: O autor (2020).

Assim como observado para um solo argiloso, para um solo arenoso a influência de avaliar os resultados de forma absoluta ou relativa também se mostra significativa. Para as frequências naturais referentes ao primeiro modo de vibração (tanto para lado A como para o lado B), se observa uma variação relativa dos valores observados de 13,35 e 11,96 vezes – entre uma condição íntegra e uma condição de

dano com 1,55m de comprimento na base – respectivamente. Por outro lado, a variação absoluta para esses mesmos modos de vibração é de apenas 1,46 Hz e 2,06 Hz. Já para os outros modos avaliados, a variação relativa média cai para 1,19 vezes para uma variação absoluta de até 16,32 Hz no o quarto modo de vibração no lado B.

A partir dos resultados da TABELA 29 foram desenvolvidos os gráficos de frequência em função do comprimento danificado da FIGURA 47. Ainda na FIGURA 47, a legenda de frequências e a região na qual os danos ainda mantêm a estrutura em uma condição estaticamente estável respeitam a mesma definição apresentada no item 4.2.3.1.

FIGURA 47 – COMPORTAMENTO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS DEZ PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO DO POSTE EM FUNÇÃO DO COMPRIMENTO DANIFICADO CONSIDERANDO UM SOLO ARENOSO ( $k_s = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ )



FONTE: O autor (2020).

Assim como na análise modal pela indução de danos na região de engastamento em solo argiloso, a mesma análise para um solo arenoso também apresentou um cenário praticamente sem variação das primeiras frequências naturais



do sistema. Conforme se observa na FIGURA 47, para as frequências naturais referentes aos oito primeiros modos de vibração a variação daquele parâmetro modal foi de, em média, apenas 1,12 Hz com danos localizados na região estaticamente estável da estrutura. Por outro lado, as frequências naturais referentes ao quinto modo de vibração (tanto para lado A como para o lado B) do poste engastado em solo arenoso apresentaram um comportamento que, até o momento, não havia sido observado. Para estas frequências foi notado, respectivamente, um aumento de 4,08 e 8,86 Hz no valor deste parâmetro modal com a evolução do dano para as mesmas condições de estabilidade. Como mencionado anteriormente, a consideração de danos na região de engastamento do poste altera o seu comprimento total bem como o seu comprimento engastado e sua massa. Assim, o comportamento de aumento dessas frequências naturais (quinto modo de vibração em ambos os lados) com a indução de danos provém do fato de que a alteração do valor da frequência é mais relevante em função da perda de comprimento total e de massa, do que da perda de comprimento de engastamento – uma vez que o solo apresenta menor influência em frequências naturais elevadas.

No gráfico da FIGURA 47 se observa ainda que as frequências naturais associadas ao quarto modo de vibração no lado B e ao quinto modo de vibração no lado A possuem valor próximo e comportamento contrários com a evolução nos danos na região de engastamento. Enquanto para o quarto modo de vibração no lado B a frequência apresenta uma tendência de redução, para o quinto modo de vibração no lado A a frequência apresenta uma tendência de aumento desse parâmetro modal – levando as frequências naturais associadas a esses modos de vibração a inverterem sua ordem sequencial com danos de comprimento superior a 50 cm. Esse fenômeno, conforme detalhado no item 4.2.1, pode ser explicado pelo fato de que o quarto modo de vibração no lado B ocorre com rotação em torno do eixo de maior inércia com 4 nós modais enquanto o quinto modo de vibração no lado A ocorre com rotação em torno do eixo de menor inércia com 5 nós modais.

Para o solo arenoso, os modos de vibração superiores (a partir do terceiro modo) apresentam um comportamento das frequências naturais similar aos modos superiores para um solo argiloso com danos na região de engastamento críticos (superiores a 1,15 m). São notados na FIGURA 47 variações acentuadas no valor das frequências naturais nessas condições. Se aplica a este caso a mesma discussão

apresentada no item 4.2.2.1 quando foi avaliada apenas a influência da variação da cota de engastamento em solo.

Para a estimativa das frequências naturais do poste em função de danos na região de engastamento foram desenvolvidas equações polinomiais que relacionam esses dois parâmetros. Tendo sido observado um padrão geral parecido no comportamento das frequências naturais em função de danos na região de engastamento, tanto em solo argiloso como em solo arenoso, essas equações são também apresentadas apenas no Apêndice 1, sendo a TABELA 37 referente aos dados para um solo arenoso. Essas equações, com coeficientes de correlação elevados, foram obtidas pelas linhas de tendência apresentadas na FIGURA 47.

#### 4.2.4 Resumo dos resultados obtidos na Análise Modal do Poste

Neste item são apresentados, de forma resumida, os principais resultados do presente estudo com vistas a análise modal do poste.

Para o poste de concreto armado proposto, foram realizadas análises paramétricas da influência do tipo de solo de engastamento, da variação na cota de engastamento e de danos na região de engastamento nos parâmetros modais (frequências naturais) do sistema. Para as diferentes análises alguns resultados são comuns, conforme são indicados neste item.

O engastamento do poste em solo (independente das condições de integridade e estabilidade) leva ao surgimento de dois modos de vibração que não são observados para a estrutura suspensa. Esses novos modos observados (cada qual em uma direção inercial) apresentam apenas um nó modal – sendo este representativo do engaste da estrutura. Além disso, esses modos de vibração apresentam os menores valores de frequência natural entre os dados avaliados.

As frequências naturais referentes ao primeiro modo de vibração (tanto para lado A como para o lado B) apresentam outra particularidade. Para essas frequências se observa uma variação absoluta – independentemente da análise paramétrica – da ordem de 2 Hz, sendo essa variação considerada pequena para fins experimentais. Contudo, em função dos baixos valores de frequência observados para estes modos de vibração, essa mesma variação quando avaliada de maneira relativa apresentou

variações da ordem de 1000% entre uma condição íntegra e uma condição de instabilidade estática.

O quarto modo de vibração no lado B e o quinto modo de vibração no lado A também apresentaram entre si uma relação particular em todas as análises realizadas. Conforme transcorrido ao longo deste capítulo, esses modos são respectivamente referentes a um deslocamento com quatro nós modais na direção de maior inércia e a um deslocamento como cinco nós modais na direção de menor inércia. Diante disso, em alguns momentos foi observado o quarto modo de vibração no lado B com valor de frequência natural superior ao valor da frequência natural para o quinto modo de vibração no lado A.

Se destacam ainda as equações de estimativa da frequência natural que foram definidas em função de cada um dos parâmetros avaliados (tipo de solo, cota de engastamento e danos na região de engastamento).

Para a análise da influência do tipo de solo foi observado um comportamento padrão para todos os modos de vibração. As frequências naturais do sistema aumentam a medida em que o coeficiente de rigidez do solo também se eleva. Para o coeficiente de rigidez variando entre  $1,0 \text{ kg/cm}^3$  e  $8,0 \text{ kg/cm}^3$  as variações nos valores das frequências naturais são mais significativas. A partir desse ponto foram registradas menores variações desse parâmetro modal para solos mais competentes (com maior coeficiente de rigidez). Em valores absolutos, os modos de vibração menores apresentam menor variação nas frequências naturais associadas.

A análise da influência da cota de engastamento para os parâmetros modais do poste foi realizada para um solo argiloso ( $5,0 \text{ kg/cm}^3$ ) e para um solo arenoso ( $1,5 \text{ kg/cm}^3$ ). Em ambos os casos, foi observada a redução no valor das frequências naturais à medida que se reduzia também a cota de engastamento. Em função do aparato experimental disponível para ensaios, foram estabelecidos os modos de vibração superiores (a partir do terceiro modo de vibração no lado A) como os adequados a avaliar a estabilidade estática da estrutura em função da sua cota de engastamento, nas condições avaliadas.

Da mesma maneira, a influência de danos na região de engastamento também foi desenvolvida para um solo argiloso ( $5,0 \text{ kg/cm}^3$ ) e para um solo arenoso ( $1,5 \text{ kg/cm}^3$ ). Nesse caso, porém, para as condições de dano estáveis levaram a variações praticamente nulas das frequências naturais, sem ser possível utilizar esse parâmetro modal para avaliar os níveis de estabilidade do sistema.

### 4.3 CALIBRAÇÃO COMPUTACIONAL DE POSTES DUPLO T

Dentre as seis classes de postes selecionadas para a calibração computacional, inicialmente foram desenvolvidas as etapas de interesse para o poste 300 daN, 10,5 m. A preferência por esta classe é devida ao fato de já terem sido realizadas as demais etapas desta pesquisa para esta mesma tipologia. Conforme descrito no item 3.3.2, a calibração preliminar dessa estrutura em uma condição livre-livre levou a estimativa do Módulo de Elasticidade, estabelecido em 46,1 GPa. Assim, com base nos resultados de ensaios experimentais realizados pelo P&D 0040-0020/2016 (vide item 3.4), foi desenvolvida uma nova calibração da estrutura – agora considerando esta engastada em solo. Essa calibração, e as demais realizadas nesta etapa da pesquisa, foram estabelecidas buscando a menor variação percentual entre as frequências naturais medidas em campo e os resultados dos modelos computacionais. Como nos ensaios experimentais não foram avaliados os modos de vibração associados a cada frequência natural, essa etapa de calibração buscou comparar os valores mais próximos entre os ensaios e os modelos computacionais. Para o poste 300 daN, 10,5 m, os resultados da calibração são apresentados na TABELA 30.

TABELA 30 – CALIBRAÇÃO COMPUTACIONAL DE POSTE DUPLO T COM CARGA NOMINAL DE 300 daN E COMPRIMENTO NOMINAL DE 10,5 m

Módulo de Elasticidade:		46,1 GPa
Coef. Rigidez do Solo:		3 kgf/cm <sup>3</sup> (CH)
Ensaio Experimental	Modelo Computacional	
Frequência [Hz]	Frequência [Hz]	Variação [%]
21,90	22,00	0,46%
34,30	34,28	-0,05%
38,90	41,12	5,71%
58,90	59,18	0,47%
60,40	61,65	2,07%
-	70,34	-
85,00	78,55	-7,59%
96,70	99,88	3,28%
Variação média absoluta:		2,81%

FONTE: O autor (2020).

O principal resultado da TABELA 30 é o coeficiente de rigidez do solo, definido em  $3,0 \text{ kgf/cm}^3$ . Este coeficiente de rigidez, de acordo com os dados da TABELA 12, representa um solo de argila molhada/úmida (classificado com CH no sistema unificado de classificação de solos – vide TABELA 13). Para tal valor de coeficiente de rigidez e para o módulo de elasticidade definido anteriormente, foram obtidos bons resultados na comparação das frequências medidas experimentalmente com as frequências do modelo computacional. A maioria dos valores comparados para esta classe de poste apresentou variação inferior a 5%. Assim, o modelo computacional do poste 300 daN, 10,5 m é considerado representativo da estrutura real, sendo observada uma variação média absoluta da ordem de 2,81%.

Na TABELA 30 nota-se ainda um valor de frequência natural do modelo computacional sem o seu respectivo par proveniente da análise experimental. Isso ocorre porque durante a execução dos ensaios alguns modos de vibrar podem não ser identificados, em função da metodologia aplicada ou por conta da imprecisão dos equipamentos utilizados. Nesse cenário, foram consideradas todas as medições disponíveis para comparação dos resultados computacionais e experimentais.

Assim como destacado no item 3.4, os ensaios nas diferentes classes de interesse foram realizados todas no mesmo sítio experimental. Dessa forma, entende-se que o coeficiente de rigidez utilizado para calibração do poste 300 daN, 10,5 m, deve ser considerado constante para a calibração das demais classes de interesse. Dessa forma, os resultados apresentados a seguir consideram todos o mesmo tipo de solo, com a calibração sendo alcançada pela variação do módulo de elasticidade – quando necessário.

Para os demais postes com carga nominal de 300 daN, a calibração foi realizada mantendo o mesmo coeficiente de rigidez do solo e também o mesmo módulo de elasticidade. Para as classes 300 daN, 9,0 m, 300 daN, 10,0 m e 300 daN, 11,0 m, os resultados são apresentados, respectivamente, na TABELA 31, na TABELA 32 e na TABELA 33.

TABELA 31 – CALIBRAÇÃO COMPUTACIONAL DE POSTE DUPLO T COM CARGA NOMINAL DE 300 daN E COMPRIMENTO NOMINAL DE 9,0 m

Módulo de Elasticidade: 46,1 GPa		
Coef. Rigidez do Solo: 3 kgf/cm <sup>3</sup> (CH)		
Ensaio Experimental	Modelo Computacional	
Frequência [Hz]	Frequência [Hz]	Variação [%]
17,90	16,70	-6,70%
27,60	28,02	1,53%
40,50	42,05	3,82%
45,40	51,00	12,33%
-	63,62	-
-	69,68	-
85,30	88,06	3,23%
96,90	90,82	-6,27%
Variação média absoluta:		5,65%

FONTE: O autor (2020).

TABELA 32 – CALIBRAÇÃO COMPUTACIONAL DE POSTE DUPLO T COM CARGA NOMINAL DE 300 daN E COMPRIMENTO NOMINAL DE 10,0 m

Módulo de Elasticidade: 46,1 GPa		
Coef. Rigidez do Solo: 3 kgf/cm <sup>3</sup> (CH)		
Ensaio Experimental	Modelo Computacional	
Frequência [Hz]	Frequência [Hz]	Variação [%]
23,00	23,69	3,00%
37,10	36,51	-1,60%
42,50	44,13	3,83%
66,50	60,60	-8,87%
66,70	64,55	-3,22%
-	74,93	-
-	81,54	-
96,80	108,06	11,63%
Variação média absoluta:		5,36%

FONTE: O autor (2020).

Nas três tabelas apresentadas (TABELA 31, TABELA 32 e TABELA 33), é observado que a maioria dos valores de frequência comparados possuem variação inferior a 5%, além de uma variação média absoluta de 5,65%, 5,36% e 3,75%, respectivamente, denotando a representatividade dos modelos computacionais propostos com base nos parâmetros ajustados (módulo de elasticidade e coeficiente de rigidez do solo). Cabe destacar ainda que nestas tabelas houve uma variação nas frequências naturais comparadas. Os valores de frequência provenientes de ensaios

experimentais que são aqui apresentados representam um espectro que varia entre 20 e 100 Hz, aproximadamente, em função da precisão dos equipamentos utilizados – conforme discutido no item 4.3. Em alguns casos há mais ou menos frequências medidas dentro desse intervalo, em função de não terem sido registradas algumas frequências naturais durante os ensaios realizados, resultando na quantidade de comparações realizadas para cada tipo de poste.

TABELA 33 – CALIBRAÇÃO COMPUTACIONAL DE POSTE DUPLO T COM CARGA NOMINAL DE 300 daN E COMPRIMENTO NOMINAL DE 11,0 m

Módulo de Elasticidade:		46,1 GPa
Coef. Rigidez do Solo:		3 kgf/cm <sup>3</sup> (CH)
Ensaio Experimental	Modelo Computacional	
Frequência [Hz]	Frequência [Hz]	Variação [%]
21,20	21,11	-0,43%
31,80	31,69	-0,34%
38,00	38,62	1,62%
58,20	58,00	-0,34%
-	58,54	-
-	67,91	-
89,10	75,55	-15,21%
96,50	94,38	-2,20%
100,50	103,31	2,80%
Variação média absoluta:		3,75%

FONTE: O autor (2020).

Para as classes 200 daN, 11,0 m e 150 daN, 10,5 m os resultados são apresentados, respectivamente, na TABELA 34 e na TABELA 35. Para essas duas classes, foi alterado o módulo de elasticidade da estrutura para 35 GPa. Esta alteração foi realizada com o intuito de melhorar a comparação entre os dados experimentais e os resultados computacionais. Nesse cenário para as referidas classes, a maioria dos valores apresentaram variação inferior ou próxima a 5%, revelando uma calibração satisfatória para esta classe de postes. Para a classe 200 daN, 11,0 m foi observada uma variação média absoluta da ordem de 3,78%, enquanto para a classe 150 daN, 10,5 m essa variação média absoluta foi da ordem de 4,20%, permitindo considerar os modelos computacionais como representativos das estruturas reais.



TABELA 34 – CALIBRAÇÃO COMPUTACIONAL DE POSTE DUPLO T COM CARGA NOMINAL DE 200 daN E COMPRIMENTO NOMINAL DE 11,0 m

Módulo de Elasticidade: 35,0 GPa		
Coef. Rigidez do Solo: 3 kgf/cm <sup>3</sup> (CH)		
Ensaio Experimental	Modelo Computacional	
Frequência [Hz]	Frequência [Hz]	Variação [%]
13,80	14,61	5,83%
21,50	21,46	-0,17%
25,60	27,48	7,33%
40,60	40,37	-0,56%
41,20	43,74	6,16%
-	61,48	-
-	63,94	-
64,40	67,79	5,26%
-	77,24	-
91,20	88,03	-3,48%
95,50	98,77	3,42%
Variação média absoluta:		3,78%

FONTE: O autor (2020).

TABELA 35 – CALIBRAÇÃO COMPUTACIONAL DE POSTE DUPLO T COM CARGA NOMINAL DE 150 daN E COMPRIMENTO NOMINAL DE 10,5 m

Módulo de Elasticidade: 35,0 GPa		
Coef. Rigidez do Solo: 3 kgf/cm <sup>3</sup> (CH)		
Ensaio Experimental	Modelo Computacional	
Frequência [Hz]	Frequência [Hz]	Variação [%]
14,40	15,80	9,74%
23,20	22,99	-0,92%
27,70	29,68	7,14%
41,70	43,34	3,93%
42,90	47,20	10,02%
64,70	63,88	-1,27%
68,80	67,71	-1,59%
-	71,65	-
-	79,92	-
-	95,09	-
104,10	105,88	1,71%
Variação média absoluta:		4,20%

FONTE: O autor (2020).

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na presente pesquisa foram realizadas modelagens computacionais para duas estruturas de interesse, sendo uma viga de pequeno porte (protótipo) e um poste em concreto armado de seção duplo T. Para tanto, os modelos numéricos foram desenvolvidos com o auxílio do *software* computacional em elementos finitos *Ansys Workbench* e, com base nos parâmetros modais, foram realizadas as análises de interesse.

Para o protótipo, foram realizadas análises modais com interesse principal no comportamento dos modos de vibração. Desse modo, foram aplicados os coeficientes MAC e COMAC para avaliar a competência destes na identificação e na localização de danos na estrutura, respectivamente.

Para o poste, a análise modal teve enfoque principal no comportamento das frequências naturais em função da variação de parâmetros como o tipo de solo de engastamento, a cota de engastamento e da ocorrência de danos na região de engastamento. Desse modo, foi avaliada a alteração nas frequências naturais para a estrutura variando de um estado íntegro e estável até situações de extrema instabilidade.

Por fim, ainda foram calibradas seis classes de postes duplo T distintas – considerando uma condição íntegra e com engastamento em solo ideal – para a continuidade de pesquisas relacionadas a avaliação da integridade estrutural de postes em concreto armado para distribuição de energia elétrica.

Para o protótipo foram avaliadas as cinco primeiras frequências naturais e os modos de vibração associados. Nos casos de danos propostos nessa pesquisa, ocorreram reduções nas frequências naturais em relação a estrutura íntegra. Apesar disso, esse parâmetro modal não se apresenta como usual na identificação e localização de danos.

Para a consideração dos modos de vibração do protótipo foram empregados os coeficientes MAC e COMAC. Esses coeficientes, em todos os cenários de análise, apresentaram valores superiores a 84% de correlação com a estrutura ideal – o que seria suficiente para avaliar a estrutura como íntegra (EWNIS, 2000).

Mesmo com elevados níveis de correlação, ao avaliar os gráficos do coeficiente COMAC, com interesse apenas em seu comportamento ao longo da estrutura, surge a possibilidade de localização dos danos propostos. Nota-se que

surtem descontinuidades na função desse coeficiente próximos a região de indução do dano no modelo computacional e que estas regiões não coincidem necessariamente com as regiões de maior redução do coeficiente COMAC. O cálculo de taxas de variação secante como pós-processamento dos dados obtidos, principalmente para o emprego de taxas de variação em segunda ordem, resultou em um aumento na precisão para identificação do dano. Foram observados erros médios inferiores a 5% para os incrementos espaciais menores do que 7 mm, enquanto para a simples análise do coeficiente COMAC esses erros foram de aproximadamente 37% para as mesmas condições.

Apesar de terem sido obtidos resultados computacionais satisfatórios para localização do dano com o emprego do índice COMAC para o protótipo, essa mesma abordagem não foi aplicada ao modelo do poste no desenvolvimento desse estudo. Como apresentado, resultados coerentes foram obtidos a partir de incrementos espaciais de 7 mm. Para a continuidade experimental dessa pesquisa isso levaria à utilização de uma quantidade inviável de acelerômetros na estrutura.

Para o poste duplo T em concreto armado foram avaliadas dez frequências naturais associadas aos cinco primeiros modos de vibração que ocorrem em cada direção inercial principal. Na análise de influência do tipo de solo se observou que solos mais competentes (com maior coeficiente de rigidez) apresentam maiores valores de frequência natural para o sistema. Além disso, são notadas maiores taxas de variação nesses parâmetros modais para solos menos competentes.

A análise paramétrica da variação da cota de engastamento e da ocorrência de danos na estrutura foi realizada para um solo argiloso ( $5,0 \text{ kg/cm}^3$ ) e para um solo arenoso ( $1,5 \text{ kg/cm}^3$ ), tendo sido escolhidos esses dois tipos de solo por representarem maior interesse para o P&D 0040-0020/2016.

Na análise da influência da cota de engastamento é possível notar que o solo com maior coeficiente de rigidez apresentou maior variação nos valores de frequência natural em relação ao solo menos competente. Ademais, ressalta-se que as frequências naturais referentes aos modos de vibração superiores (a partir do terceiro modo) apresentam maior variação absoluta – independente do solo de engastamento –, revelando estas como mais indicadas para avaliações experimentais da estrutura.

Para a influência da ocorrência de danos na região de engastamento, tanto para um solo argiloso como para um solo arenoso, não foram identificadas variações significativas nos valores das frequências naturais. Esse comportamento está

associado ao fato de que as reduções do comprimento total do poste e da sua diminuição de massa (fatores que aumentam o valor da frequência) se equivalem a redução da cota de engastamento (fator que diminui o valor da frequência). Assim, experimentalmente não se recomenda utilizar essa propriedade modal na identificação de situações críticas provenientes de danos quanto a estabilidade em postes de concreto armado.

Para as diferentes análises modais realizadas para o poste destacam-se as equações para estimativa das frequências naturais que foram geradas com base nos modelos computacionais em função do tipo de solo, da cota de engastamento e de danos na região de engastamento e que podem ser utilizadas para avaliar o comportamento dessa estrutura em medições experimentais.

Após a análise modal de uma classe específica de poste em concreto armado duplo T, foram também calibradas seis classes de postes duplo T distintas – considerando a estrutura íntegra e com cota de engastamento ideal. Na maioria dos modelos calibrados, a comparação entre os valores de frequência medidos experimentalmente e obtidos do modelo computacional, apresentaram variação inferior a 5%. Assim, os modelos propostos representam satisfatoriamente o comportamento modal das estruturas de interesse.

Diante das análises e estudos realizados, entre as principais diretrizes para pesquisas futuras se destacam a necessidade de confirmação de que o comportamento modal obtido computacionalmente para condições de instabilidade se confirmam também para a estrutura física e a necessidade de avaliar outros tipos de ensaios não destrutivos que apresentem melhores resultados na detecção de falhas estruturais. Para a continuidade da análise modal se recomenda ainda avaliar a influência de aparatos complementares (como cabos, transformadores e cruzetas) no comportamento dinâmico desse sistema, além de empregar aparato experimental com elevada precisão para avaliar frequências naturais em um espectro mais elevado de ocorrência.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8451-1: Postes de concreto armado e protendido para redes de distribuição e de transmissão de energia elétrica. Parte 1: Requisitos. Rio de Janeiro, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8451-2: Postes de concreto armado e protendido para redes de distribuição e de transmissão de energia elétrica. Parte 2: Padronização de postes para redes de distribuição de energia elétrica. Rio de Janeiro, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

ANSYS INC. Products. Disponível em <<https://www.ansys.com/products>>. Acesso: 28 mai. 2019.

ARNDT, M. O método dos elementos finitos generalizados aplicado à análise de vibrações livres de estruturas reticuladas. Tese (Doutorado em Mecânica Computacional). Setor de Ciências Exatas e Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

BENEDETTI, A.; PIGNAGNOLI, G.; TAROZZI, M. Damage identification of cracked reinforced concrete beams through frequency shift. *Materials and Structures*, v. 51, n. 147, p. 1-15, 2018.

BLANK, B. E.; KRANTZ S. G. *Calculus single variable*. 2nd Ed. Universidade Washington, St. Louis, Estados Unidos, 2011.

BRANDÃO, F. MESQUITA, E. DIÓGENES, A. ANTUNES, P. VARUM, H. Dynamic characterization of a heritage construction from 19th century. *Ibracon Structures and Materials Journal*, v.11, n. 7, p. 52-75, 2018.

COSERN. Relatório de análise de acidente. Local do evento: Ceará Mirim/RN, Julho, 2015.

CUNHA, A.; CAETANO, E. Experimental modal analysis of civil engineering structures. *Journal of Sound and Vibration*. June, 2006.

DAI, K. S.; CHEN, S. E.; QI, W. Y.; CORNNER, E.; ERDLE, J.; GALLOWAY, C. Field testing of directly embedded poles. *Experimental Techniques*, v. 35, n. 2, p. 14-23, 2011. DOI: 0.1111/j.1747-1567.2009.00595.x.

DAWARI, V.; VESMAWALA, G. Identification of crack damage in reinforced concrete beams using mode shape based methods. *Civil and environmental ressearch*, v.3, n. 13, p. 24–29, 2013.

ERAZO, K.; SEN, D.; NAGARAJAIAH, S.; SUN, LIMIN. Vibration-based structural health monitoring under changing enviromental conditions using Kalman filtering. *Mechanical systems and signal processing*, vol. 117, p. 1-15, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.07.041>.

EWINS, D, J. Modal testing: theory, pratice and application. Second edition. Research studies press LTD, 2000.

FARRAR, C. R.; DOEBLING, S. W.; NIX, D. A. Vibration-based structural damage identification. *Philosophical transactions: mathematical, physical and engineering scinces*, vol. 359, Royal society, p. 131-149, 2001. <https://doi.org/10.1098/rsta.2000.0717>.

FARRAR, C. R.; WORDEN, K. An introduction to structural health monitoring. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, p. 303-315, 2007. <https://doi.org/10.1098/rsta.2006.1928>.

FURTADO, D. C. Análise estrutural de chassi de veículos automotivos. Monografia (Graduação em Engenharia Automotiva). Universidade de Brasília, Brasília, 2013.

GAUTHIER, J. F.; WHALEN, T. M.; LIU, J. Experimental validation of the higer-order derivative discontinuity method for damage identification. *Structural control and health monitoring*, v.15, p. 143–161, 2008. DOI: 10.1002/stc

GENOVESE, M.; OLIVEIRA, A. B. S.; DOZ, G. N.; BRITO, J. L. V. Análise experimental para avaliação da integridade estrutural por meio das alterações nas características dinâmicas. XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingenieria Estructural. Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Brasília, DF, Brasil, 2009.

JAREK, A.; SANTOS, A. T.; GAVASSONI, E.; LOBO, L. A.; SILVA, M. G.; LACERDA, L. A. Avaliação da integridade estrutural de postes de distribuição por meio de monitoramentos dinâmicos – Modelagem matemática, dinâmica de postes. Institutos Lactec, Paraná, Brasil, 2019.

KIM, J. T.; RYU, Y. S.; CHO, H. M.; STUBBS, N. Damage Identification in beam-type structures: frequency-based method versus mode-shape-based-method. *Engineering Structures*, 2003. DOI: 10.1016/S0141-0296(02)00118-9.

KOTSOVOS, M. D. Finite-element modeling of structural concrete. Short-term static and dynamic loading conditions. Taylor and Francis Group. CRC Press, 2015.

LACARBONARA, W.; CARBONI, B.; QUARANTA, G. Nonlinear normal modes for damage detection. *Nonlinear dynamics, identification and monitoring of structures, Meccanica*, v. 51, p. 2629–2645, 2016. DOI: 10.1007/s11012-016-0453-8.

LARSON, R.; EDWARDS, B. H. Cálculo com aplicações. 6th Ed. Universidade da Florida, Florida, Estados Unidos, 2005.

LOBO, L. A. Modelagem computacional tridimensional de postes de concreto armado sob cargas dinâmicas. Dissertação (Mestrado em Engenharia Estrutural). Setor de Ciências Exatas e Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Construção Civil, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

LOGAN, D. L. A first course in the finite element method. Fifth edition. Cengage Learnig, 2012.

MECHANICAL APDL THEORY REFERENCE.SAS IP, Inc., Release 17.0. Disponível em [https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/ans\\_thry/ansys.theory.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/ans_thry/ansys.theory.html). Acesso: 11 jun. 2019.

MEIROVITCH, L. Fundamentals of Vibration. International edition. Singapura: McGraw-Hill, 2001.

MORAES, M. C. Estruturas de fundações. 3ª edição. São Paulo: McGraw-Hill, 1976.

NAGARAJIAH, S.; ERAZO, K. Structural monitoring and identification of civil infrastructure in the United States. Structural monitoring and Maintenance, vol 3, No. 1, p. 51-69, 2016. <http://dx.doi.org/10.12989/smm.2016.3.1.051>.

NDAMBI, J. M.; VANTOMME, J.; HARRI, K. Damage assessment in reinforced concrete beams using eigenfrequencies and mode shape derivatives. Engineering Structures, p. 501-515, 2002.

PANDEY, A. K.; BISWAS, M.; SAMMAN, M. M. Damage detection from changes in curvature mode shapes. Journal of Sound and Vibration, v. 145, n. 2, p. 321–332, March,. 1991.

PINKOSKI, I. M. Identificação de produtos formados a partir da deterioração do concreto por cloretos e sulfatos e a sua influência nas propriedades mecânicas. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Materiais). Setor de Ciências Exatas e Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Construção Civil, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

PINTO, C. S. Curso básico de mecânica dos solos em 16 aulas. 2ª Edição. São Paulo: Oficina de textos, 2002.

REN, W.; ZHAO, T.; HARIK, I. E. Experimental and analytical modal analysis of steel arch bridge. Journal of structural engineering, ASCE, 130 (7): 1022-1031, 2004. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445.

RIBEIRO, D.; CALÇADA, R.; DELGADO, R.; BREHM, M.; ZABEL, V. Finite element model updating of a bowstring-arch railway bridge based on experimental modal parameters. Engineering Structures 40, 413-435, 2012. DOI: 10.106/j.engstruct.2012.03.013.



ROY, K.; RAY-CHAUDHURI, S. Fundamental mode shape and its derivatives in structural damage localization. *Journal of sound and vibration*, v. 332, p. 5584–5593, 2013. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2013.05.003>

RUCKA, M.; WILDE, K. Experimental study on ultrasonic monitoring of splitting failure in reinforced concrete. *Journal of Nondestruct Evaluation*, 32, 372–383, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10921-013-0191-y>.

SANTOS, A. T.; FERNANDES, J. M.; SIRINO, L. NERI, M. GOMES, R. JAREK, A. Monitoramento dinâmico para avaliação da integridade estrutural de postes de linhas de distribuição. 61º Congresso Brasileiro do Concreto. 2019.

SAWANT, S. U.; CHAUHAN, S. J.; DESHMUKH, N. N. Effect of crack on natural frequency for beam type of structures. *International Conference on Functional Materials, Characterization, Solid State Physics, Power, Thermal and Combustion Energy. Proc. 1859-020056*. p. 1-7, 2018. DOI: 10.1063/1.4990209.

SCHWARZ, B. J.; RICHARDSON, M. H. Experimental modal analysis. Vibrant Technology, Inc. CSI reliability week. October, 1999.

SEVIM, B.; BAYRAKTAR, A.; ALTUNISIK, A.C. Finite element model calibration of berke arch dam using operational modal testing. *Journal of Vibration and Control*, p. 1065-1079, 2009. DOI: 10.1177/1077546310377912.

SEVIM, B.; BAYRAKTAR, A.; ALTUNISIK, A. C.; ATAMTUKTUR, S.; BIRINCI, F. Finite element model calibration effects on the earthquake response of masonry arch bridges. *Finite elements in analysis and design*, vol. 47, p. 621-634, 2011.

SILVA, J. M. M.; MAIA, N. M. M. Modal analysis and testing. NATO science series. Series E: Applied Sciences. Vol. 363, 1998. DOI: 10.1007/978-94-011-4503-9.

STACHE, M.; GUETTLER, M.; MARBURG, S. A precise non-destructive damage identification technique of long and slender structures based on modal data. *Journal of Sound and Vibration*, 365, 89–101, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2015.12.013>.

WIBERG, N. E.; LI, X. D.; ABDULWAHAB, F. Adaptive finite element procedures in elasticity and plasticity. *Engineering with computers*, n. 12, p. 120-141, 1996.

WILLIAMS, M. *Structural Dynamics*. CRC Press, 2016.

ZEMBATY, Z.; KOWALSKI, M.; POSPISIL, S. Dynamic identification of a reinforced concrete frame in progressive states of damage. *Engineering Structures*, v. 28, n. 5, p. 668–681, 2006.

ZHOU, Z. Vibration-based damage detection of simple bridge superstructures. Tese (doutorado), University of Saskatchewan, Saskatoon, Canadá, 2006.

## APÊNDICE 1

### EQUAÇÕES DE ESTIMATIVA DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS EM FUNÇÃO DE DANOS NA REGIÃO DE ENGASTAMENTO DO POSTE

TABELA 36 – EQUAÇÕES DE ESTIMATIVA DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA UM POSTE COM DANOS NA REGIÃO DE ENGASTAMENTO PARA UM SOLO ARGILOSO ( $k_s = 5,0 \text{ kg/cm}^3$ )

Freq.	Equação	R <sup>2</sup>
1ª - A	$\omega_{01} = -0,4075.Cd^2 - 0,6097.Cd + 2,0419$	0,9764
1ª - B	$\omega_{02} = -0,0074.Cd^2 - 2,0677.Cd + 3,4129$	0,9857
2ª - A	$\omega_{03} = 0,5775.Cd^2 - 1,979.Cd + 9,0926$	0,9877
2ª - B	$\omega_{04} = -0,8587.Cd^3 + 2,4566.Cd^2 - 2,829.Cd + 14,488$	0,9989
3ª - A	$\omega_{05} = -6,9578.Cd^4 + 17,651.Cd^3 - 13,125.Cd^2 + 1,7851.Cd + 22,885$	0,9944
3ª - B	$\omega_{06} = -10,339.Cd^4 + 22,388.Cd^3 - 14,642.Cd^2 + 2,5184.Cd + 35,347$	0,9664
4ª - A	$\omega_{07} = -9,4476.Cd^4 + 18,438.Cd^3 - 10,928.Cd^2 + 1,6904.Cd + 42,727$	0,9708
4ª - B	$\omega_{08} = -6,3674.Cd^3 + 1,734.Cd^2 + 0,8885.Cd + 65,767$	0,9897
5ª - A	$\omega_{09} = -7,5514.Cd^2 + 3,757.Cd + 66,641$	0,9937
5ª - B	$\omega_{10} = 10,435.Cd^3 - 25,957.Cd^2 + 11,166.Cd + 93,652$	0,9929

FONTE: O autor (2020).

TABELA 37 – EQUAÇÕES DE ESTIMATIVA DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA UM POSTE COM DANOS NA REGIÃO DE ENGASTAMENTO PARA UM SOLO ARENOSO ( $k_s = 1,5 \text{ kg/cm}^3$ )

Freq.	Equação	R <sup>2</sup>
1ª - A	$\omega_{01} = 0,0295.Cd^2 - 1,0611.Cd + 1,6369$	0,9954
1ª - B	$\omega_{02} = 0,2855.Cd^2 - 1,8645.Cd + 2,3244$	0,9768
2ª - A	$\omega_{03} = -1,1056.Cd^3 + 2,4975.Cd^2 - 1,9274.Cd + 7,8739$	0,9866
2ª - B	$\omega_{04} = -3,401.Cd^3 + 6,1192.Cd^2 - 2,9566.Cd + 13,02$	0,9918
3ª - A	$\omega_{05} = -6,8479.Cd^3 + 10,763.Cd^2 - 4,3841.Cd + 21,083$	0,9946
3ª - B	$\omega_{06} = -5,0276.Cd^3 + 3,2325.Cd^2 - 0,9011.Cd + 32,531$	0,9862
4ª - A	$\omega_{07} = -3,8.Cd^2 + 0,0404.Cd + 37,629$	0,9490
4ª - B	$\omega_{08} = 5,29.Cd^3 - 13,205.Cd^2 + 4,6595.Cd + 50,251$	0,9086
5ª - A	$\omega_{09} = 4,2707.Cd^3 - 10,383.Cd^2 + 10,091.Cd + 46,854$	0,9970
5ª - B	$\omega_{10} = 4,3088.Cd^3 - 10,349.Cd^2 + 15,734.Cd + 70,782$	0,9952

FONTE: O autor (2020).